

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
MASARYKŮV ÚSTAV VYŠŠÍCH STUDIÍ  
KATEDRA INŽENÝRSKÉ PEDAGOGIKY



# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Výukové materiály pro  
Laboratoř aplikované informatiky  
na VOŠ

Autor:	Jiří Roubal
Studijní program:	Specializace v pedagogice
Studijní obor:	Učitelství odborných předmětů
Vedoucí práce:	Prof. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc.

Praha, 2012



## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ podpis

## Poděkování

V první řadě musím poděkovat své drahé rodině za podporu při tvorbě této bakalářské práce a toleranci, se kterou respektovali mé velké časové zatížení spojené s touto činností. Speciálně děkuji své manželce za pečlivé přečtení a jazykovou korekturu tohoto textu.

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Prof. RNDr. Emanuelovi Svobodovi, CSc. za vedení této práce a zejména za jeho pedagogický entuziasmus, který mě nabil novým optimismem. Hluboký dík také patří doc. Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za cenné rady, poznámky a diskuzi k technické stránce této práce. Dále bych rád poděkoval studentům z mé studijní skupiny VOŠ3 školního roku 2011/2012 za poskytnutí zpětné vazby k tomuto textu z pohledu studenta.

V neposlední řadě bych rád vyjádřil velký dík a hlubokou úctu všem učitelům, kteří v dnešní těžké době vykonávají svoji práci s láskou, optimismem a vůlí něco změnit k lepšímu. Dík také patří všem studentům a žákům, kteří se snaží poctivě a svědomitě studovat a dělají tak svým učitelům radost.

## Anotace

Tato práce podrobně popisuje návrh řízení pro reálný laboratorní model Systému vodního hospodářství, který je umístěn v Laboratoři aplikované informatiky a fyziky na Vyšší odborné škole v Sezimově Ústí. Jsou zde popsány všechny kroky postupu od tvorby počítačového simulačního modelu, přes jeho identifikaci až po samotný návrh PID regulátoru a jeho aplikaci na laboratorní model. Dále jsou zde vytvořena zadání pro práci studentů na dalších laboratorních modelech.

**Klíčová slova:** Regulace, regulační smyčka, regulátor, PID, systém, laboratorní model, modelování, identifikace, simulinkový model, lineární model.

## Annotation

The thesis describes in detail a control design for a laboratory model named Water System which is placed in the Laboratory of Applied Informatics and Physics in VOŠ Sezimovo Ústí. The methodology includes a simulation model creation, its identification until PID controller design and its application on the laboratory model. At the end of the thesis the task assignments for other laboratory models are generated.

**Key words:** Control, control loop, controller, PID, system, laboratory model, modelling, identification, Simulink model, linear model.



# Obsah

Seznam použitých symbolů	vii
Seznam obrázků	ix
Seznam tabulek	xi
<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Laboratoř aplikované informatiky a fyziky</b>	<b>3</b>
2.1 Počítačové vybavení laboratoře . . . . .	4
2.2 Laboratorní modely pro výuku . . . . .	5
2.2.1 Elektrický zdroj . . . . .	5
2.2.2 Systém vodního hospodářství . . . . .	5
2.2.3 Míček na nakloněné rovině . . . . .	6
2.2.4 Portálový jeřáb (Inverzní kyvadlo) . . . . .	7
2.2.5 Plán pro další vybavení laboratoře . . . . .	8
<b>3 Návrh řízení pro laboratorní model</b>	<b>9</b>
3.1 Tvorba modelu a jeho identifikace . . . . .	11
3.1.1 Vstupy a výstupy systému . . . . .	11
3.1.1.1 Statické převodní charakteristiky snímačů . . . . .	13
3.1.2 Počítačový simulační model systému . . . . .	14
3.1.2.1 Tvorba simulinkového modelu . . . . .	15
3.1.2.2 Kvalitativní ověření simulinkového modelu . . . . .	18
3.1.3 Identifikace systému . . . . .	18
3.1.3.1 Statická převodní charakteristika zubového čerpadla . . . . .	19
3.1.3.2 Průřez ventilu . . . . .	21
3.1.4 Ověření správnosti matematicko-fyzikálního modelu . . . . .	23

3.2	Návrh řízení na základě modelu . . . . .	25
3.2.1	Stavový model . . . . .	25
3.2.2	Linearizace modelu . . . . .	27
3.2.3	Návrh regulátoru na základě linearizovaného modelu . . . . .	30
3.2.3.1	Návrh PID regulátoru frekvenčními metodami . . . . .	30
3.2.3.2	Navržení PID regulátoru pomocí GMK . . . . .	31
3.2.4	Regulace linearizovaného modelu . . . . .	33
3.2.5	Regulace nelineárního modelu . . . . .	34
3.3	Aplikace řízení na reálném systému . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Neřešené laboratorní úlohy</b>	<b>39</b>
4.1	Zadání laboratorních úloh . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>49</b>
	<b>Literatura</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Obsah přiloženého DVD</b>	<b>I</b>
<b>B</b>	<b>Použitý SoftWare</b>	<b>III</b>
	<b>Rejstřík</b>	<b>V</b>



# Seznam použitých symbolů

Symbol	Význam	Jednotka
$A, B, C, D$	matice linearizovaného systému	
$C(s)$	přenos regulátoru v Laplaceově transformaci	
$g$	tíhové zrychlení	$\text{m s}^{-2}$
$h_C$	výška hladiny ve střední nádrži	$\text{m}$
$h_L$	výška hladiny v levé nádrži	$\text{m}$
$h_R$	výška hladiny v pravé nádrži	$\text{m}$
$k_D$	derivační zesílení PID regulátoru	
$k_I$	integrační zesílení PID regulátoru	
$k_L$	konstanta odstředivého čerpadla	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2} \text{V}^{-2}$
$k_P$	proporcionální zesílení PID regulátoru	
$k_R$	konstanta zubového čerpadla	$\text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}$
$P(s)$	přenos modelu systému v Laplaceově transformaci	
$q_R$	objemový tok generovaný zubovým čerpadlem	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
$S$	obsah průřezu podstav nádrží	$\text{m}^2$
$S_C$	obsah průřezu výtokového ventilu	$\text{m}^2$
$S_L$	obsah průřezu vstupního potrubí z odstředivého čerpadla	$\text{m}^2$
$S_{LC}$	obsah průřezu ventilu mezi levou a střední nádrží	$\text{m}^2$
$S_{RC}$	obsah průřezu ventilu mezi pravou a střední nádrží	$\text{m}^2$
$t$	čas	$\text{s}$
$\mathbf{u}$	vstupní vektor modelu	
$u_L$	napětí na odstředivém čerpadle	$\text{V}$
$u_R$	napětí na zubovém čerpadle	$\text{V}$
$v_C$	míra otevření výtokového ventilu	-
$v_{LC}$	míra otevření ventilu mezi levou a střední nádrží	-
$v_{RC}$	míra otevření ventilu mezi pravou a střední nádrží	-

Symbol	Význam	Jednotka
$\boldsymbol{x}$	stavový vektor modelu	
$\boldsymbol{y}$	výstupní vektor modelu	
$\rho$	hustota provozní kapaliny	$\text{kg m}^{-3}$
$\omega_f$	filtrační frekvence D složky PID regulátoru	

Z důvodu lepší orientace ve značkách jednotlivých veličin a také z pedagogických důvodů je v této práci vždy za značkou dané veličiny uvedena její jednotka, například rychlost  $v$  [ $\text{m s}^{-1}$ ] a tak dále. Důvodem jsou zkušenosti autora této práce se studiem neznámých technických textů (pro studenty je tento text neznámý při jeho prvním studiu). Jednotky u symbolů pomohou studujícím lépe pochopit jednotlivé rovnice a též ověřit jejich správnost. Také značení jednotlivých veličin může být v různých zemích různé, ale jednotky veličin jsou téměř na celém světě značeny stejně.

# Seznam obrázků

3.1	Principiální schéma Systému vodního hospodářství . . . . .	11
3.2	Simulinkové schéma pro komunikaci s laboratorním modelem . . . . .	12
3.3	Statická převodní charakteristika pravého snímače . . . . .	13
3.4	Simulinkový model Systému vodního hospodářství . . . . .	17
3.5	Vnitřní zapojení modelu Systému vodního hospodářství (rov. (3.1) až (3.3))	17
3.6	Statická převodní charakteristika zubového čerpadla $u_R \rightarrow q_R$ . . . . .	20
3.7	Přepouštěcí charakteristika pravého ventilu . . . . .	22
3.8	Vypouštěcí charakteristika středního ventilu . . . . .	23
3.9	Odezva systému a modelu na skokový vstup . . . . .	24
3.10	Schéma pro srovnání nelineárního a linearizovaného modelu . . . . .	29
3.11	Odezva nelineárního a linearizovaného modelu . . . . .	29
3.12	GUI pro frekvenční návrh PID regulátoru . . . . .	31
3.13	GMK pro návrh PID regulátoru . . . . .	32
3.14	Schéma regulační smyčky s linearizovaným modelem . . . . .	33
3.15	Odezva uzavřené regulační smyčky linearizovaného modelu s PI regulátorem	34
3.16	Schéma regulační smyčky s nelineárním modelem . . . . .	34
3.17	Odezva uzavřené regulační smyčky nelineárního modelu s PI regulátorem	35
3.18	Schéma regulační smyčky s laboratorním modelem . . . . .	36
3.19	Odezva uzavřené regulační smyčky s laboratorním modelem . . . . .	36
3.20	Odezva regulační smyčky při změně otevření ventilů . . . . .	37
4.1	Laboratorní model Elektrický zdroj (RC článek) – schématický nákres . .	41
4.2	Laboratorní model RLC článek – schématický nákres . . . . .	42
4.3	Laboratorní model Míček na nakloněné rovině – schématický nákres . . .	43
4.4	Laboratorní model Portálový jeřáb – schématický nákres . . . . .	44



# Seznam tabulek

3.1	Naměřená data pro statické převodní charakteristiky snímačů . . . . .	13
3.2	Naměřená data pro statickou převodní charakteristiku zubového čerpadla	20
4.1	Data pro statickou převodní charakteristiku snímače . . . . .	40
4.2	Data pro statickou převodní charakteristiku snímače . . . . .	40
4.3	Data pro statickou převodní charakteristiku snímače . . . . .	41
4.4	Data pro statickou převodní charakteristiku snímače . . . . .	41
4.5	Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu . . . . .	44
4.6	Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu . . . . .	45
4.7	Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu . . . . .	45



# Kapitola 1

## Úvod

Informační a řídicí technika jsou takzvané skryté technologie – jsou všude kolem nás, ale skoro nikdo si to neuvědomuje. Průmyslové technologie a výroba, pozemní a letecká doprava, zdravotnictví, bankovníctví a podobně – všude tam se objevují počítače, které řídí daný systém. Nekvalitní způsob řízení způsobuje nemalé potíže – opotřebení technologických součástí,



vyšší spotřebu energie, neúměrný nárůst nákladů na provoz a údržbu, nešetrné zacházení s životním prostředím a tak dále. Každý systém může fungovat dobře, a tedy být k užitku jen tehdy, pokud je dobře řízen. Návrh řízení a úlohy s tím spojené nejsou jednoduchou záležitostí. Vyžadují komplexní znalosti a dovednosti v oblasti matematiky, fyziky, elektrotechniky, strojírenství, výpočetní techniky a automatizace.

Poskytnout studentům Vyšší odborné školy v Sezimově Ústí (<http://www.copsu.cz/>) tyto znalosti a dovednosti si klade za cíl vzdělávací program Elektrotechnika – mechatronické systémy, neboť vývoj moderní techniky a její zavádění do praxe vede stále častěji k požadavkům firem připravit expertní techniky na úrovni terciárního vzdělání. Charakteristickým rysem absolventa tohoto vzdělávacího programu nemá být pouhé mechanické používání naučených vědomostí a získaných dovedností, ale *rozvíjení myšlenkového aparátu a systematického postupování při řešení problémů*, které je pro technika nezbytné. Aby bylo tohoto cíle dosaženo, probíhá velká část výuky v odborných laboratořích, kde si mohou studenti odzkoušet své teoretické znalosti na reálných technologiích.

Ke zvýšení efektivnosti vzdělávání v oblasti řízení a regulace byla během posledního roku vybudována zcela nová *Laboratoř aplikované informatiky a fyziky* (ROUBAL, J., 2012) jejíž koncepce byla založena nemalou měrou na zkušenostech autora této práce

z působení v Laboratoři teorie automatického řízení (ROUBAL, J. et al., 2009). Nová laboratoř bude postupně vybavena reálnými technologiemi pokrývajícími základní oblasti reálného fyzikálního světa (mechanika, elektřina, elektromagnetismus, fotovoltaika, proudění kapalin a plynů, vedení tepla a tak dále). Studenti vyšší odborné školy se v této laboratoři naučí analyzovat chování systémů, vytvářet jejich modely v počítači, identifikovat jejich neznámé konstanty, verifikovat je a následně navrhovat a realizovat (naprogramovat) algoritmy k jejich řízení. Naučené znalosti a dovednosti mohou absolventi uplatnit nejen v zaměstnání, ale také při případném studiu na vysoké škole.

**Cílem** této práce je vytvoření výukových materiálů pro práci studentů v Laboratoři aplikované informatiky a fyziky na Vyšší odborné škole v Sezimově Ústí. Na Systému vodního hospodářství (ŠIKÝŘ, T., 2011) bude demonstrován postup při návrhu řízení, jehož jednotlivé kroky lze nastudovat a procvičit v kapitolách knihy (ROUBAL, J. et al., 2011). Dále budou vytvořena zadání úloh s cílem, co nejvíce otestovat dovednosti studentů.

Tato práce navazuje na pedagogické zkušenosti autora z tvorby výukových materiálů na Fakultě elektrotechnické ČVUT v Praze (ROUBAL, J. et al., 2011; ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2005; ROUBAL, J. et al., 2005b; ROUBAL, J., 2002) a vedení bakalářských a diplomových prací (PEŠEK, T., 2006; ŠEMELÍKOVÁ, A., 2006; ŠTEFFL, L., 2006; BOČEK, K., 2007; ROMAN, M., 2007; VÁŇA, J., 2007; HOLEČEK, J., 2008; PECH, M., 2008; PROCHÁZKA, P., 2008; ŠÍBA, J., 2008; BOBEK, R., 2009; HÁJEK, J., 2009; MACHAČ, J., 2009; PECKA, J., 2009; VÁŇA, J., 2009). Výukové metody v těchto materiálech jsou metody *slovní*, zejména práce s textem, metody *názorně demonstrační*, metody *praktické činnosti*, zejména laboratorní pokusy a řešení úloh, metody *informačně receptivní* a metody *výzkumné*, zejména deduktivní.

Co se týče metod práce, jsou zde použity metody *empirické* (pozorování chování laboratorního modelu a měření reálných dat), metody *logické*, zejména analýza a syntéza (tvorba počítačového modelu, jeho identifikace a verifikace, návrh řídicího algoritmu a jeho realizace). Nejdůležitější je však poctivá, pečlivá a systematická práce!

Struktura bakalářské práce je následující. V kapitole 2 je popsáno, jak probíhala výuka doposud, jaké je materiální vybavení laboratoře a jaké výukové možnosti toto vybavení umožňuje. Kapitola 3 obsahuje vzorově vypracovaný návrh řízení pro laboratorní model Systému vodního hospodářství včetně jeho identifikace a měla by sloužit studentům vyšší odborné školy jako průvodce při práci v Laboratoři aplikované informatiky a fyziky. Kapitola 4, obsahující sadu neřešených úloh, je určena studentům pro přípravu na laboratorní výuku. Kapitola 5 shrnuje a hodnotí výsledky této práce. V příloze B je seznam použitého softwaru a příloha A uvádí adresářovou strukturu přiloženého DVD.



## Kapitola 2

# Laboratoř aplikované informatiky a fyziky

Na počátku roku 2010 byla na VOŠ, SŠ, COP v Sezimově Ústí vybudována nová učebna fyziky, která slouží pro výuku tohoto předmětu především na střední škole. Její vybavení umožňuje vyučujícím demonstrovat žákům jednotlivé fyzikální děje pomocí pokusů s jednoduchými učebními pomůckami jako jsou kyvadla, páky, kladky, nakloněné roviny, pružiny, čočky, zrcadla, generátory, gama zářiče, solární panely, modely spalovacích motorů, modely elektromotorů a tak dále. Žáci tak mohou získat mnohem lepší představu a zkušenost než při pouhém teoretickém výkladu.



Projekt dále počítal s druhou etapou výstavby, která měla rozšířit tuto laboratoř o aplikace – měla vzniknout Laboratoř aplikované fyziky, kde by žáci a studenti mohli provádět samostatně fyzikální experimenty a zpracovávat naměřená data formou referátů. Návrhem koncepce byl pověřen autor této práce. Protože v dnešní, pro školství tak finančně náročné, době není efektivní postavit laboratoř orientovanou pouze na jeden předmět, pozměnil autor této práce koncepci na Laboratoř aplikované informatiky a fyziky. Vycházel ze svých dlouholetých zkušeností z působení v Laboratoři teorie automatického řízení (ROUBAL, J. et al., 2009) na Fakultě elektrotechnické Českého vysokého učení technického v Praze. Záměrem bylo vybavit učebnu počítači, které by komunikovaly s laboratorními modely nejen tak, že by měřily dané veličiny (pro původní potřeby fy-

zikálních měření), ale také jiné veličiny nastavovaly (ovládaly modely), což by umožnilo využití laboratoře pro další předměty, jakými jsou automatizace, řídicí technika a tak dále. Tyto modely měly pokrývat základní fyzikální oblasti (mechanika, elektřina, elektromagnetismus, fotovoltaika, proudění kapalin a plynů, vedení tepla a tak dále).

Využití laboratoře by bylo mnohonásobně efektivnější. Žáci 1. ročníku střední školy by se zde mohli učit pozorovat fyzikální děje na úrovni „více otevřený ventil způsobí rychlejší pokles hladiny v nádrži“ a podobně. Žáci 2. ročníku střední školy by mohli provádět už konkrétní měření a konfrontovat výsledky s teoretickými znalostmi, například pro velikost výtokové rychlosti  $v$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] z nějaké nádrže platí vztah

$$v = \sqrt{2gh},$$

tedy velikost rychlosti vytékající kapaliny z nádrže je úměrná (přes odmocninu) výšce hladiny v nádrži  $h$  [m] a podobně. Následně studenti vyšší odborné školy by zde mohli vytvářet počítačové modely a simulace reprezentující chování daného systému a navrhovat na základě těchto modelů algoritmy pro jejich řízení.

Tento návrh byl schválen a výstavba laboratoře začala v létě roku 2010, na konci roku byla vybavena novým nábytkem. Na začátku roku 2011 byly nakoupeny počítače a začaly se vyrábět první laboratorní modely. Laboratoř byla slavnostně otevřena v květnu roku 2011 za účasti sociálních partnerů školy a zástupců Jihočeského kraje. Další dva modely byly zakoupeny v září roku 2011.

## 2.1 Počítačové vybavení laboratoře

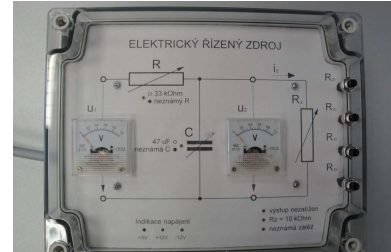
Laboratoř aplikované informatiky a fyziky je nyní vybavena 13 počítači s programovým prostředím Matlab/Simulink (THE MATHWORKS, 2012). Z toho pět počítačů umožňuje komunikovat s okolním prostředím multifunkční vstupně výstupní kartou MF624 od firmy (HUMUSOFT, 2012). Tato karta obsahuje mimo jiné osm měřicích analogových vstupů s rozsahem  $\langle -10; +10 \rangle$  V, osm analogových výstupů s rozsahem  $\langle -10; +10 \rangle$  V, osm digitálních TTL vstupů, osm digitálních TTL výstupů a čtyři čítače. Karta tedy umožňuje měřit až osm spojitých veličin a zároveň ovládat z počítače dalších osm spojitých veličin. S naměřenými daty je možné pracovat v programovém prostředí Matlab/Simulink, které umožňuje jednoduše a efektivně tato data prezentovat pomocí grafů (KUPKA, L., 2007; ROUBAL, J. et al., 2011).



## 2.2 Laboratorní modely pro výuku

### 2.2.1 Elektrický zdroj

Model reprezentuje nejen děje v elektrických obvodech (nabíjení a vybíjení kondenzátorů v elektrických zdrojích), ale také například napouštění vodních nádrží, plnění vzdušníků, chlazení v ledničkách atd. Model je připojen k počítači pomocí průmyslové karty MF 624. Laboratorní model vyrobil za prostředky školy Ing. Jiří Bumba (pedagog školy) v ceně součástek 1500 Kč plus 40 hodin práce.



#### Parametry modelu

- vstupy: napětí  $u_1$  [V], spínání zátěží  $R_{z1}$  až  $R_{z4}$
- výstupy: napětí  $u_2$  [V], proud zátěží  $i_z$  [A]
- možnost měnit parametry  $R$  a  $C$

#### Využití pro výuku

- SŠ: ověření elektrických zákonů (Ohmův, Kirchhoffovy)
- SŠ, VOŠ: modelování elektrických systémů a jejich simulace
- VOŠ: identifikace dynamických systémů a jejich verifikace
- VOŠ: řízení výstupního napětí PID regulátorem při různém zatížení

### 2.2.2 Systém vodního hospodářství

Model reprezentuje procesy běžně se nacházející v mnoha průmyslových odvětvích (chemický průmysl, ropný průmysl apod.), dodávku vody do domácností atd. Systém umožňuje díky své komplexnosti vytvořit široké spektrum výukových úloh. Model je připojen k počítači pomocí průmyslové karty MF 624. Laboratorní model vyrobil za finančního přispění



Skupiny ČEZ Tomáš Šikýř (student VOŠ) jako svou absolventskou práci v roce 2011 ve spolupráci s 13 pedagogy školy v ceně komponent 53 196 Kč plus 566 hodin práce.

### Parametry modelu

- vstupy: napětí na čerpadlech  $u_L, u_R$  [V], otevření ventilů  $v_{LC}, v_C, v_{RC}$  [-],
- výstupy: výšky hladin v nádržích  $h_L, h_C, h_R$  [m]

### Využití pro výuku

- SŠ: ověření zákonů z oblasti proudění ideálních kapalin (rovnice kontinuity)
- VOŠ: modelování hydraulických systémů a jejich simulace
- VOŠ: identifikace dynamických systémů a jejich verifikace
- VOŠ: řízení výšky kterékoli hladiny PID regulátorem
- VOŠ: řízení výšky střední hladiny pomocí dvou PID regulátorů

### 2.2.3 Míček na nakloněné rovině

Model reprezentuje pochody objevující se při řízení nestabilních systémů, které se typicky vyskytují v letectví a kosmonautice. Systém modeluje problémy, s jakými se musejí potýkat například designéři letadel, aby stabilizovali a optimalizovali chování letadel při startu, letu a přistání. Model je připojen k počítači pomocí průmyslové karty MF 624.



Laboratorní model byl zakoupen v ceně 164 816 Kč – zdroj: Grantový program Jihočeského kraje „Zavádění nových technologií do středních a vyšších odborných škol“.

### Parametry modelu

- vstupy: napětí motoru  $u$  [V],
- výstupy: úhel roviny  $\alpha$  [°], poloha míčku  $x$  [m],
- možnost použití různých míčků

### Využití pro výuku

- SŠ: ověření vztahů v mechanice (Newtonovy zákony, vztah pro velikost třecí síly)
- VOŠ: modelování mechanických systémů a jejich simulace

- VOŠ: identifikace dynamických systémů a jejich verifikace
- VOŠ: řízení náklonu roviny PID regulátorem
- VOŠ: stabilizace míčku PID regulátorem
- VOŠ: stabilizace míčku PID regulátorem (vícesmyčková regulace)

### 2.2.4 Portálový jeřáb (Inverzní kyvadlo)

Model reprezentuje řadu reálných systémů od jeřábu přemísťujícího břemeno, přes Segway vozítko, až po startující raketoplán. Systém umožňuje změnou své konfigurace vytvořit široké spektrum výukových úloh. Model je připojen k počítači pomocí průmyslové karty MF 624. Laboratorní model byl zakoupen v ceně 217 620 Kč – zdroj: Dar Skupiny ČEZ.



#### Parametry modelu

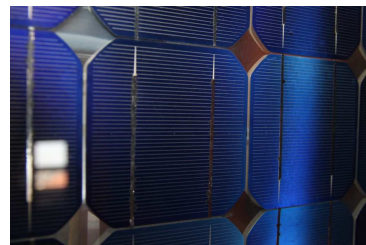
- vstupy: napětí motoru  $u$  [V],
- výstupy: poloha závěsu  $x$  [m], úhly kyvadel  $\varphi_1, \varphi_2$  [°],
- možnost použití různých kyvadel

#### Využití pro výuku

- SŠ: ověření vztahů v mechanice (Newtonovy zákony, vztahy pro mechanické kmitání)
- VOŠ: modelování mechanických systémů a jejich simulace
- VOŠ: identifikace dynamických systémů a jejich verifikace
- VOŠ: řízení polohy vozíku PID regulátorem
- VOŠ: stabilizace kyvadla v dolní poloze (jeřáb) PID regulátorem
- VOŠ, VŠ: stabilizace kyvadla v horní poloze (raketa) PID regulátorem
- VŠ: švih kyvadla do horní polohy a jeho stabilizace

### 2.2.5 Plán pro další vybavení laboratoře

V nejbližší době se plánuje vyrobit v rámci absolventských prací studentů VOŠ elektrický model RLC článku a model přečerpávací elektrárny, dále pak zprovoznit model s levitujícím míčkem a zprovoznit solární panel, který je nainstalován na střeše školy. RLC článek bude podobný Systému elektrického zdroje, který bude ovšem již 2. řádu a který bude na rozdíl od tohoto zdroje kmitavým systémem. Přečerpávací elektrárna bude svým pojetím podobná Systému vodního hospodářství s rozšířením o generátor s turbínkou pro „výrobu“ elektrické energie.



## Kapitola 3

# Návrh řízení pro laboratorní model Systému vodního hospodářství

Jak už bylo řečeno výše, návrh *řízení* reálných dynamických systémů a úlohy s tím spojené nejsou jednoduchou záležitostí. Vyžadují komplexní znalosti a dovednosti v oblasti matematiky, fyziky, elektrotechniky, strojírenství, výpočetní techniky a automatizace. V této kapitole jsou problémy a postupy spojené s návrhem řízení prezentovány na laboratorním modelu Systému vodního hospodářství, který byl vytvořen v rámci absolventské práce (ŠIKÝŘ, T., 2011) a který se nachází v nové *Laboratoři aplikované informatiky a fyziky* na VOŠ, SŠ, COP Sezimovo Ústí (ROUBAL, J., 2012).



Nejprve bude v prostředí MatLab/Simulink (THE MATHWORKS, 2012) vytvořen počítačový simulační model reprezentující vlastnosti a chování reálného laboratorního systému. Slovem **system** bude dále označován laboratorní přípravek (reálná technologie) a slovem **model** jeho počítačová (matematicko-fyzikální) interpretace tak, jak je v řídicí technice obvyklé (DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; ROUBAL, J. et al., 2011). Důvody, proč se počítačové simulační modely vytvářejí, jsou v zásadě dva. Počítačový model slouží k teoretické analýze chování reálné technologie před její výrobou, aby se následně postavil systém s požadovanými vlastnostmi. Takto bylo postupováno právě při tvorbě laboratorního modelu Systému vodního hospodářství v absolventské práci (ŠIKÝŘ, T., 2011, kapitola 2). Další využití nachází počítačový model při návrhu řídicího algoritmu pro odpovídající reálný systém, což bude předvedeno právě v této kapitole.

Po vytvoření modelu daného systému a ověření jeho správnosti bude dále v této kapitole popsán samotný návrh řídicího algoritmu, který vychází právě z počítačového modelu. Počítač je v tuto chvíli „naučen“, jak se daný systém chová a je tedy schopen „vymyslet“ vhodný řídicí algoritmus: PID regulátor, pokročilejší formy optimálního řízení (ROUBAL, J. et al., 2011; ROUBAL, J. et al., 2005b; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007) a tak dále. Posledním krokem je realizace navrženého algoritmu na systému (reálné technologii). Výše uvedený postup lze tedy stručně shrnout do následujících tří bodů:

- a) Tvorba *matematicko-fyzikálního modelu*, jeho *identifikace a verifikace*.
- b) *Návrh řízení* pro reálný systém na základě modelu a jeho analýza.
- c) *Aplikace* navrženého řízení na reálném systému.

Tyto tři základní body lze podle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola: Motivace pro řízení) podrobně rozepsat následujícím způsobem, který bude dále aplikován na laboratorní model Systému vodního hospodářství:

1. Určení vstupů a výstupů systému, který má být modelován nebo řízen.
2. Nalezení matematicko-fyzikálního modelu popisujícího statické i dynamické chování daného systému.
3. Provedení identifikace systému – určení neznámých konstant odvozeného matematicko-fyzikálního modelu.
4. Ověření správnosti matematicko-fyzikálního modelu například porovnáním odezvy modelu a popisovaného systému na stejný vstupní signál.
5. Provedení případné linearizace matematicko-fyzikálního modelu v nějakém pracovním bodě s vědomím, že tento linearizovaný model platí jen v malém okolí tohoto pracovního bodu (ROUBAL, J. et al., 2010).
6. Navržení regulátoru na základě linearizovaného modelu.
7. Ověření správnosti navrženého regulátoru simulacemi uzavřené regulační smyčky s linearizovaným modelem na počítači.
8. Ověření správnosti navrženého regulátoru simulacemi uzavřené regulační smyčky s nelineárním modelem v okolí pracovního bodu na počítači.
9. Aplikace regulátoru na reálný systém.



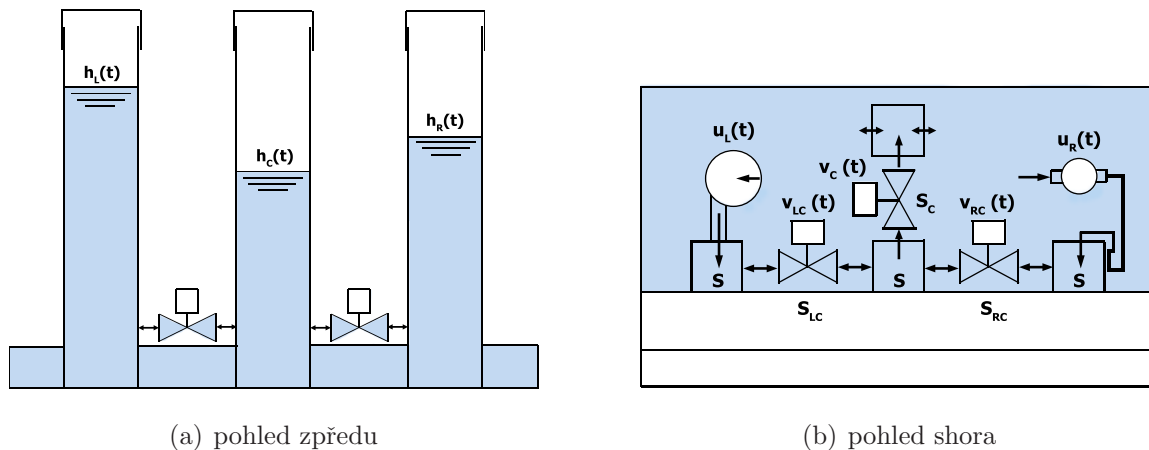
### 3.1 Tvorba modelu a jeho identifikace

V této podkapitole bude vytvořen *matematicko-fyzikální* nebo též *simulační model* Systému vodního hospodářství, který je umístěn v Laboratoři aplikované informatiky a fyziky na VOŠ, SŠ, COP Sezimovo Ústí (ROUBAL, J., 2012). Budou zde tedy zpracovány první čtyři body postupu z (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola: Motivace pro řízení).

#### 3.1.1 Vstupy a výstupy systému

Dříve než se započne s jakýmkoli experimenty, je nutné seznámit se s reálnou technologií a prostudovat důkladně její technickou dokumentaci. Z té je třeba vyčíst veškeré informace o daném systému (jeho vlastnosti, rizika provozu, rozsahy vstupů a výstupů a tak dále). V tomto případě jsou tyto informace uvedeny v absolventské práci (ŠIKÝŘ, T., 2011).

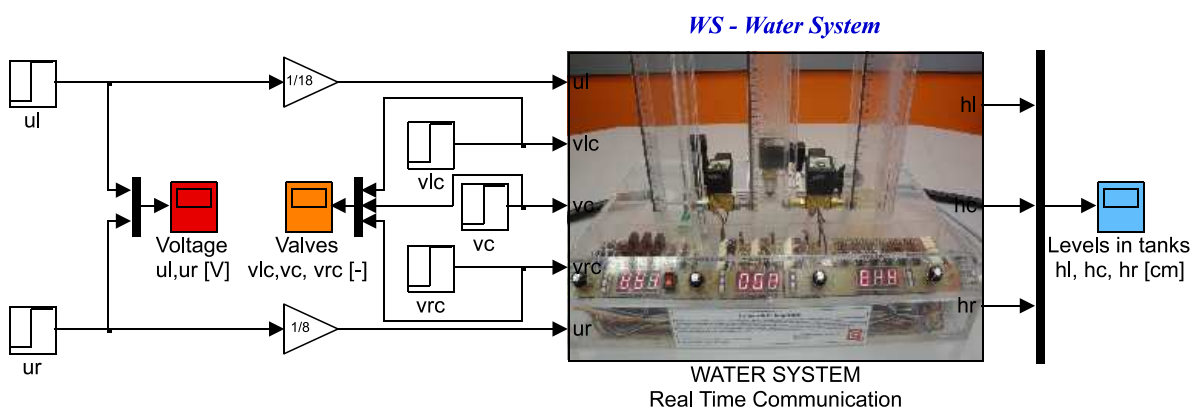
V této práci je uvedeno, že se systém skládá ze tří nádrží (levá, střední, pravá), tří ventilů (jeden digitální mezi levou a střední nádrží, dva proporcionální) a dvou čerpadel (levé odstředivé generující tlak kapaliny, pravé zubové generující tok kapaliny). Čerpadla umožňují plnit příslušné nádrže (levou a pravou) provozní kapalinou, ta dále může odtékat skrz ventily do nádrže střední, odtud kapalina vytéká ven ze systému. Principiální schéma systému je na následujícím obrázku.



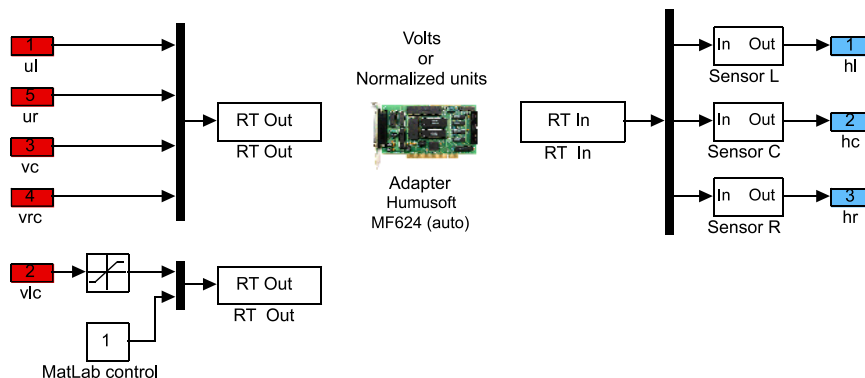
Obrázek 3.1: Principiální schéma Systému vodního hospodářství (převzato z (ŠIKÝŘ, T., 2011))

Vstupy jsou veličiny *nezávislé* – jejich průběh volí uživatel či regulátor. Výstupy jsou veličiny *závislé* – jsou reakcí systému na vstupní podněty nebo počáteční podmínky. Systém má tedy *pět vstupů* (napětí na dvou čerpadlech  $u_L$ ,  $u_R$  [V] a míry otevření tří ventilů  $v_{LC}$ ,  $v_C$ ,  $v_{RC}$  [-]) a *tři výstupy* (výšky hladin v jednotlivých nádržích  $h_L$ ,  $h_C$ ,  $h_R$  [m]).

Systém je připojen k počítači pomocí multifunkční vstupně výstupní karty MF624 od firmy Humusoft (HUMUSOFT, 2012). Tato karta umožňuje komunikaci systému s prostředím MatLab/Simulink (THE MATHWORKS, 2012). Její analogové vstupy a výstupy jsou v rozsahu  $\langle -10; +10 \rangle$  V. V softwarovém prostředí jsou tyto signály normovány na interval  $\langle -1; +1 \rangle$  z důvodu numerické přesnosti výpočtů. Simulinkové schéma umožňující komunikaci mezi PC a systémem je uvedeno na následujícím obrázku<sup>1</sup>.



(a) maska komunikace



(b) vnitřní zapojení

Obrázek 3.2: Simulinkové schéma pro komunikaci s laboratorním modelem

Pro potřeby modelování je třeba převést signály z počítačové karty do jednotek SI. To se provede takzvanou kalibrací snímačů a následným nastavením převodních konstant a offsetů v masce komunikačního souboru z obr. 3.2(a). Převodní konstanty jsou původně nastaveny na hodnotu 1 a offsety na hodnotu 0, což znamená, že počítač zobrazuje přímo hodnoty ze snímačů. Poté, co se změří *statické převodní charakteristiky snímačů*, nastaví se tyto konstanty a offsety na příslušné hodnoty.

<sup>1</sup>Konstanty jedna osmina a jedna osmnáctina převádějí volty do počítačových jednotek v  $\langle 0; 1 \rangle$ .

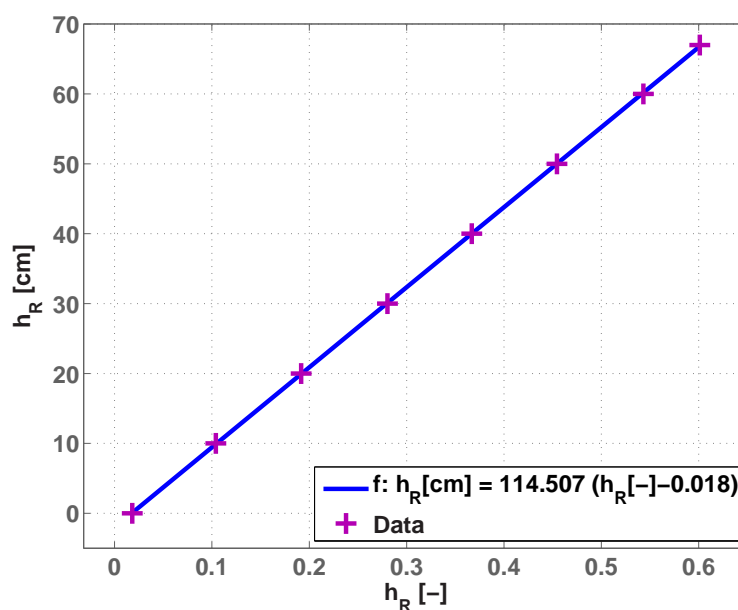
### 3.1.1.1 Statické převodní charakteristiky snímačů

Měření statických převodních charakteristik jednotlivých snímačů se provede tak, že se postupně nastaví několik výšek hladin v nádržích a poté se odečtou příslušné hodnoty, které zobrazuje počítač. Tato data se zapíše do tabulky<sup>2</sup> a následně se vynesou do grafu. Naměřená data se poté proloží lineární funkcí, jejíž parametry (převodní konstanta  $k_r$  [cm] a offset  $o_r$  [-]) se následně zapíše do masky komunikačního souboru na obr. 3.2(a). Na níže uvedeném obrázku jsou naměřené hodnoty pro pravý snímač spolu s převodní funkcí  $f: h_r[-] \rightarrow h_r[\text{cm}]$

$$f: h_r[\text{cm}] = k_r (h_r[-] + o_r).$$

Tabulka 3.1: Naměřená data pro statické převodní charakteristiky snímačů

$h$ [cm]	0,0	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0	67,0
$h_L$ [-]								
$h_C$ [-]								
$h_R$ [-]	0,0182	0,1040	0,1916	0,2803	0,3669	0,4544	0,5432	0,6011



Obrázek 3.3: Statická převodní charakteristika pravého snímače

Statické převodní charakteristiky zbylých dvou snímačů si mohou čtenáři tohoto textu změřit sami – postup je naprosto identický. Poté už stačí pouze proložit naměřené body přímkou a určit její rovnici.

<sup>2</sup>Tabulka není kompletně vyplněna, neboť je to úloha pro studenty.

### 3.1.2 Počítačový simulační model systému

Matematicko-fyzikální model Systému vodního hospodářství má podle (ŠIKÝŘ, T., 2011, kapitola 2) tvar<sup>3</sup>

$$\frac{dh_L(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ -v_{LC}(t)S_{LC}\sqrt{2g(h_L(t) - h_C(t))} + S_L\sqrt{2\left(\frac{k_L}{\rho}u_L^2(t) - gh_L(t)\right)} \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{dh_C(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ +v_{LC}(t)S_{LC}\sqrt{2g(h_L(t) - h_C(t))} + v_{RC}(t)S_{RC}\sqrt{2g(h_R(t) - h_C(t))} - v_C(t)S_C\sqrt{2gh_C(t)} \right], \quad (3.2)$$

$$\frac{dh_R(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ -v_{RC}(t)S_{RC}\sqrt{2g(h_R(t) - h_C(t))} + k_R u_R(t) \right], \quad (3.3)$$

kde  $h_L$ ,  $h_C$ ,  $h_R$  [m] jsou výšky hladin v nádržích (levá, střední, pravá),  $v_{LC}$ ,  $v_C$ ,  $v_{RC}$  [-] jsou míry otevření ventilů (mezi levou a střední nádrží, ze střední nádrže, mezi pravou a střední nádrží),  $u_L$ ,  $u_R$  [V] jsou napětí na čerpadlech (levé odstředivé, pravé zubové),  $S_{LC}$ ,  $S_C$ ,  $S_{RC}$  [m<sup>2</sup>] jsou obsahy průřezů příslušných ventilů,  $S_L$  [m<sup>2</sup>] je obsah průřezu vstupního potrubí z odstředivého čerpadla,  $S$  [m<sup>2</sup>] je obsah průřezů podstav nádrží,  $k_L$  [kg m<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup> V<sup>-2</sup>] je konstanta levého odstředivého čerpadla,  $k_R$  [m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> V<sup>-1</sup>] je konstanta pravého zubového čerpadla,  $\rho = 998 \text{ kg m}^{-3}$  je hustota vody a  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  je tíhové zrychlení.

Matematicko-fyzikální model nějakého reálného systému je obvykle soustava diferenciálních rovnic, v tomto případě tří rovnic (3.1), (3.2) a (3.3). Sestavit tyto rovnice pro složitější systém je velice komplikovaná záležitost, která vyžaduje hluboké znalosti v oblasti fyziky na úrovni vysoké školy a dlouholeté zkušenosti v oblasti modelování dynamických systémů. Na úrovni vyšší odborné školy se předpokládá, že je model znám například z (ROUBAL, J. et al., 2011; NOSKIEVIČ, P., 1999). Úkolem je pouze přepsání těchto rovnic do simulinkového schématu, které poslouží k počítačové analýze daného systému.

Než bude přistoupeno k samotné tvorbě simulinkového modelu, je třeba se seznámit s několika věcmi týkajícími se diferenciálních rovnic, které by měl student vyšší odborné školy znát a chápat:

- Proměnné v modelu s argumentem ( $t$ ) nazýváme *veličinami* (například  $h_R(t)$ ), proměnné bez argumentu nazýváme *konstantami* (parametry) systému. Veličiny se mění s časem, naopak konstanty se s časem nemění.

<sup>3</sup>Z důvodu přehlednosti rovnic chybí pod odmocninami absolutní hodnoty a před nimi funkce signum z výrazu pod danou odmocninou.

- Diferenciální rovnici můžeme nazývat „*pohybovou rovnicí*“, protože vyjadřuje pohyb (změnu) nějaké veličiny, v tomto případě změnu hladiny v dané nádrži.
- Výraz  $\frac{dh_L(t)}{dt}$  čteme<sup>4</sup> derivace  $h_L$  podle času  $t$ . Prakticky to znamená *Změna hladiny  $h_L$  za nekonečně malý časový okamžik  $t$ .*

Jak tedy chápat konkrétně například diferenciální rovnici (3.3)? Jedná se o rovnici popisující změnu hladiny v pravé nádrži. Rovnici je možné číst (chápat) takto. Rychlost změny hladiny  $h_R$  v čase  $t$  se rovná ...

- $\frac{1}{S} [\dots]$ , což znamená, že čím je větší obsah průřezu nádrže  $S$  (zlomek  $\frac{1}{S}$  je menší), tím je změna hladiny  $h_R$  pomalejší.
- $\left[-v_{RC}(t)S_{RC}\sqrt{2g(h_R(t) - h_C(t))} + \dots\right]$  znamená, že čím je více otevřen ventil  $v_{RC}$ , nebo čím je větší obsah průřezu ventilu  $S_{RC}$ , nebo čím je vyšší hladina  $h_R$ , nebo čím je nižší hladina  $h_C$ , tím je změna hladiny  $h_R$  rychlejší (výraz v závorce je větší) a naopak. Protože je před výrazem v závorce znaménko minus, jedná se o rychlejší *pokles* hladiny v pravé nádrži  $h_R$ .
- $[\dots + k_R u_R(t)]$  znamená, že čím je výkonnější čerpadlo (větší konstanta  $k_R$ ), nebo čím je větší napětí na čerpadle  $u_R$ , tím je změna hladiny  $h_R$  rychlejší (výraz v závorce je větší) a naopak. Protože je před výrazem v závorce znaménko plus, jedná se o rychlejší *nárůst* hladiny  $h_R$ .

Chápat takto model dynamického systému je pro studenta vyšší odborné školy naprosto dostačující. Toto pochopení je navíc i kontrolou, že je daná rovnice zapsána správně. Je asi celkem intuitivní, že když je výtokový ventil více otevřen, tak se hladina rychleji mění směrem dolů, naopak je-li obsah plochy podstavy nádrže větší, pak v ní hladina roste nebo klesá pomaleji a tak dále. Na této úrovni by měl chápat matematicko-fyzikální model nějakého systému student vyšší odborné školy.

### 3.1.2.1 Tvorba simulinkového modelu

Dále bude uveden obecný postup, jak vytvořit model v Simulinku libovolného dynamického systému (jak přepsat diferenciální rovnice do simulinkového schématu). Poté bude vytvořen simulinkový model Systému vodního hospodářství. Při konkrétní tvorbě bude odkazováno na (ŠIKÝŘ, T., 2011), kde byl tento obecný postup vytvářen ve zpětné vazbě s autorem absolventské práce. Postup tvorby simulinkového modelu je následující.

<sup>4</sup>Výraz  $\frac{dh_L(t)}{dt}$  se někdy zkráceně zapisuje  $\dot{h}_L(t)$  – čteme  $h_L$  s tečkou nebo derivace  $h_L$  podle času  $t$ .

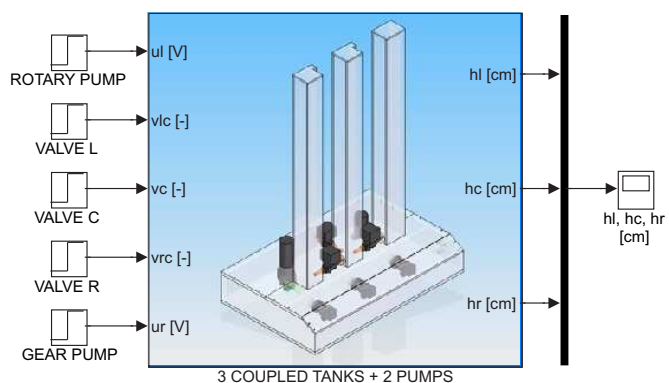
1. Kolik veličin (například  $h(t)$ ,  $x(t)$ ,  $v(t)$  atd.) se vyskytuje v diferenciálních rovnicích s derivací (například  $\frac{dh(t)}{dt}$ ,  $\frac{dx(t)}{dt}$ ,  $\frac{dv(t)}{dt}$  atd.), tolik se vloží do schématu **integrátorů** a pojmenují se danou veličinou (například  $h(t)$ ,  $x(t)$ ,  $v(t)$  atd.). Tyto veličiny jsou na výstupech integrátorů a jejich derivace (změny) na vstupech integrátorů. Integrátor je tedy bloček, který ze změny nějaké veličiny počítá hodnotu této veličiny.
2. Na vstupu každého integrátoru se zrealizuje (naprogramuje) daná diferenciální rovnice postupně tak, jak je zapsána:
  - násobení konstantou trojúhelníčkem **Gain**, do nějž se zapíše daná konstanta,
  - sčítání/odečítání kolečkem **Sum**, plusy a minusy se nastaví v tomto bločku,
  - násobení dvou a více veličin čtverečkem **Dot Product**,
  - aplikace nějaké funkce (například  $x^2$ ,  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  atd.) pomocí čtverečku **Math Function** nebo **Trigonometric Function**.

Poté musí být každý vodič připojen podle dané diferenciální rovnice

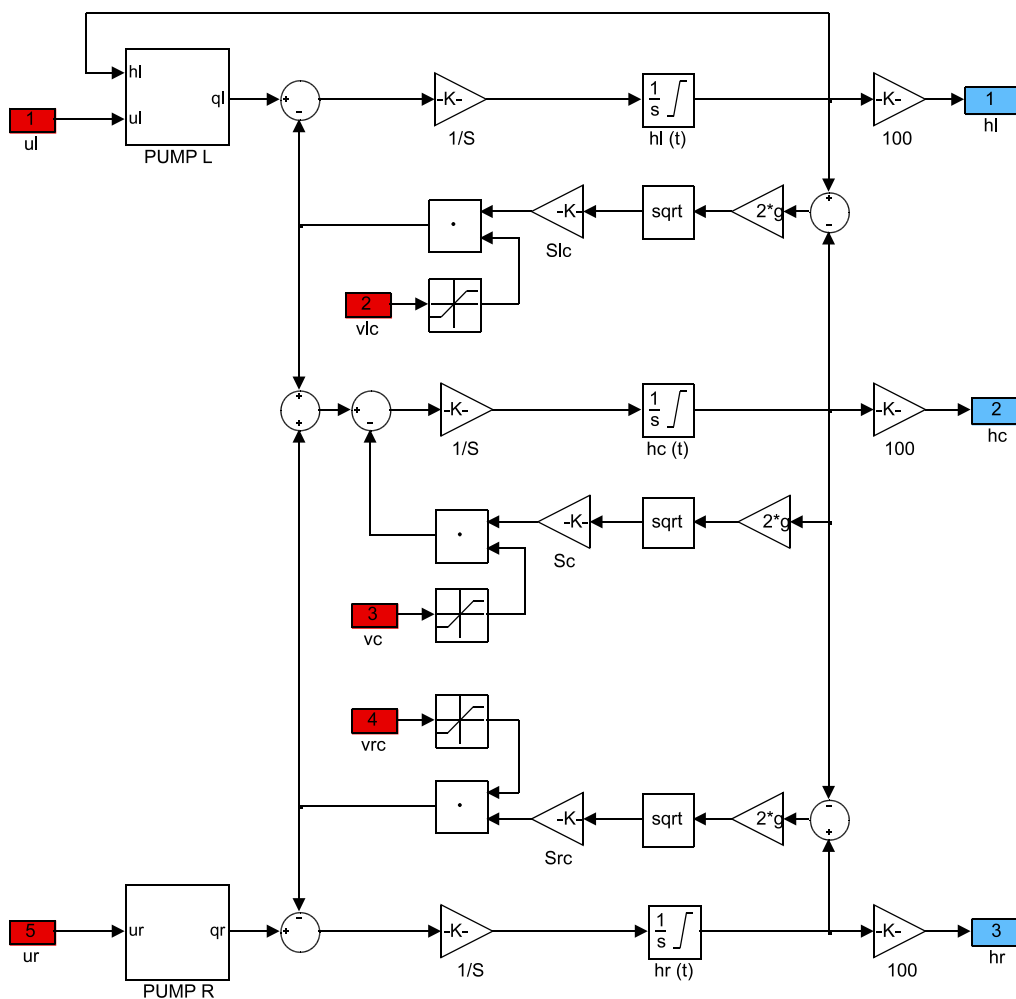
- buď na výstup nějakého integrátoru (například  $h(t)$ ,  $x(t)$ ,  $v(t)$  atd.),
  - nebo na generátor nějakého vstupního signálu (například  $u(t)$  atd.).
3. Pro zobrazení jednotlivých veličin se přidávají bločky **Scope** a popíší se značkou dané veličiny a její jednotkou (například  $h$  [m],  $x$  [m],  $v$  [m/s] atd.).
  4. Nakonec může být simulinkový model opatřen *Maskou*, která umožňuje uživatelsky příjemnější práci s modelem a také virtuální scénou, která názorněji prezentuje chování modelu. Stručný návod k tomuto bodu je možné nalézt v (ROUBAL, J. et al., 2011, příloha: *VR.Toolbox.Water.pdf*).

Aplikace uvedeného postupu při tvorbě simulinkového modelu z rovnic (3.1) až (3.3) je uvedena a podrobně vysvětlena v absolventské práci (ŠIKÝŘ, T., 2011, kapitola 2.2). Čtenář zde také nalezne podrobný popis tvorby virtuální scény a její připojení k simulinkovému modelu. Zde je pouze uveden celkový model s maskou a jeho vnitřní zapojení na následující obrázku<sup>5</sup>. Zapojení bločků **PUMP L** (odstředivé čerpadlo), **PUMP R** (zubové čerpadlo) a **SQRT** nalezne čtenář buď v (ŠIKÝŘ, T., 2011, kapitola 2.2) nebo přímo na příloženém DVD této práce v souboru *WaterModel.mdl*.

<sup>5</sup>Konstanty 100 u výstupů na obr. 3.4 převádějí metry na centimetry.



Obrázek 3.4: Simulinkový model Systému vodního hospodářství (převzato z (ŠIKÝŘ, T., 2011))



Obrázek 3.5: Vnitřní zapojení modelu Systému vodního hospodářství (rovnice (3.1) až (3.3)) (převzato z (ŠIKÝŘ, T., 2011))

### 3.1.2.2 Kvalitativní ověření simulinkového modelu

Než se začne s identifikací neznámých konstant, je vhodné ověřit kvalitativní správnost chování simulinkového modelu. Tím je myšleno, že se zvolí nějaké „rozumné“ parametry systému (průřezy potrubí, konstanty čerpadel) a provede se několik simulací. Smyslem tohoto není dosáhnout přesné shody modelu a systému, ale ověřit jeho kvalitativní chování. Například přivedení vyššího napětí na čerpadlo způsobí stoupání hladiny v příslušné nádrži, větší otevření ventilu vyvolá rychlejší pokles hladiny a tak podobně.

Toto je velmi důležité a pedagogická praxe autora této práce nabádá studenty, aby tento krok nikdy neopomjeli. Často se stane, že se vlivem nepozornosti splete nějaké znaménko a podobně. To pak samozřejmě způsobí, že se model nechová správně a následná identifikace není možná. Příklady ověření kvalitativní správnosti tohoto modelu byly provedeny v (ŠIKÝŘ, T., 2011, kapitola 2.3). Čtenář si může sám provést další podobné experimenty s modelem `WaterModel.mdl`, který nalezne na přiloženém DVD.

### 3.1.3 Identifikace systému

Nyní je vytvořen počítačový simulační model. Aby byl tento model využitelný k návrhu řízení (návrhu regulátoru), je nutné docílit shody jeho chování s chováním reálného systému. To v tuto chvíli znamená *určit zatím neznámé konstanty*, které se vyskytují v rovnicích (3.1) až (3.3). K tomu právě poslouží simulinkový model systému, který byl vytvořen výše, a zejména jeho pochopení.

Určení některých konstant je triviální. Hodnotu tíhového zrychlení pro danou zeměpisnou šířku je možné nalézt v tabulkách  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ , stejně tak hustotu provozní kapaliny, kterou je voda  $\rho = 998 \text{ kg m}^{-3}$ . Určit obsah ploch podstav nádrží  $S [\text{m}^2]$  nebude také činit obtíže. Z výkresové dokumentace v (ŠIKÝŘ, T., 2011, Příloha E) nebo lépe přímo měřením je možné zjistit, že vnitřní rozměry všech tří nádrží jsou  $50 \times 50 \text{ mm}$ , to je  $S = 2,500 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Pro určení konstant čerpadel a obsahů průřezů ventilů již bude nutné provést nějaké experimenty, ze kterých bude možné tyto konstanty vyčíslit (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 12). Tomu budou věnovány následující podkapitoly.

Než bude k tomuto kroku přistoupeno, je nutné rozmyslet, jak určit konstanty v jednotkách SI. Jak již bylo uvedeno výše, počítač nastavuje vstupní signály v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$  pomocí karty MF624 (HUMUSOFT, 2012). To odpovídá v případě zubového čerpadla intervalu  $\langle 0; 8 \rangle \text{ V}$  a v případě odstředivého čerpadla intervalu  $\langle 0; 18 \rangle \text{ V}$ . Převod je lineární. Proto, pokud mají být konstanty čerpadel určeny v jednotkách SI, je vstup `uR` ve schématu



na obr. 3.2 násoben jednou osminou a vstup  $u_L$  jednou osmnáctinou, čímž získáme fyzikální rozměr vstupních napětí, a tudíž fyzikální rozměr hledaných konstant  $k_R$  a  $k_L$ . U ventilů toto není třeba, neboť míra otevření ventilu je bezrozměrná veličina pohybující se v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ .

### 3.1.3.1 Statická převodní charakteristika zubového čerpadla

Nejprve bude určena konstanta zubového čerpadla  $k_R$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}$ ]. K tomu, jak navrhnout experiment k jejímu určení, poslouží právě model systému, konkrétně rovnice (3.3). Principem je upravit tuto rovnici (provést takový experiment) tak, aby v ní byla konstanta  $k_R$  jedinou neznámou.

Experiment je možné provést tak, že se uzavře ventil mezi pravou a střední nádrží, to je  $v_{RC}(t) = 0$ , což zjednoduší rovnici (3.3) na tvar

$$\frac{dh_R(t)}{dt} = \frac{1}{S} k_R u_R(t). \quad (3.4)$$

Pro konstantní napětí na čerpadle  $u_R(t) = u_R$  tato rovnice podle výše uvedeného návodu říká: „Změna hladiny  $\Delta h_R$  za nějaký časový okamžik  $\Delta t$  rovná se konstantě.“, neboli

$$\frac{\Delta h_R}{\Delta t} = \frac{1}{S} k_R u_R.$$

Odtud můžeme vyjádřit konstantu čerpadla

$$k_R = \frac{\Delta h_R}{\Delta t} \frac{S}{u_R}.$$

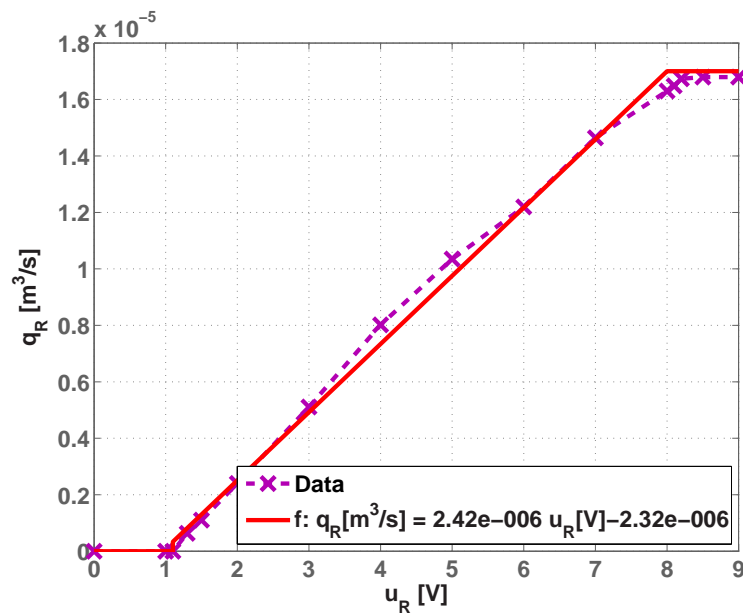
Tato rovnice říká: „Nastav konstantní napětí na čerpadle  $u_R$  na nějakou dobu  $\Delta t$  a odečti změnu (přírůstek) hladiny  $\Delta h_R$  za tuto dobu. Odtud vypočítej konstantu čerpadla  $k_R$ .“ Teoreticky by tedy stačilo udělat jediný experiment (pro jednu hodnotu napětí  $u_R$ ) a z něho určit konstantu čerpadla. Prakticky je nutné tento experiment několikrát zopakovat pro více hodnot napětí, neboť každý motor se neroztočí při malých hodnotách napětí (pásmo necitlivosti) a pro nějaké velké hodnoty napětí již nezvyšuje své otáčky (pásmo saturace, které způsobí saturace výkonového převodníku čerpadla) (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 12). To znamená změřit statickou převodní charakteristiku zubového čerpadla mezi napětím  $u_R$  [V] a objemovým tokem  $q_R$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ], kde objemový tok lze vypočítat dle vztahu

$$q_R = \frac{\Delta h_R}{\Delta t} S.$$

Naměřené hodnoty uvádí níže uvedená tabulka a vlastní statickou převodní charakteristiku zubového čerpadla následující obrázek.

Tabulka 3.2: Naměřená data pro statickou převodní charakteristiku zubového čerpadla

$\Delta t$ [s]	$u_R$ [V]	$\Delta h_R$ [m]	$q_R$ [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ]
30	0,0	0	0
30	1,0	0	0
30	1,1	0	0
30	1,3	0,0076	$0,0633 \cdot 10^{-5}$
30	1,5	0,0132	$0,1100 \cdot 10^{-5}$
30	2,0	0,0288	$0,2400 \cdot 10^{-5}$
30	3,0	0,0613	$0,5108 \cdot 10^{-5}$
30	4,0	0,0962	$0,8017 \cdot 10^{-5}$
30	5,0	0,1242	$1,0350 \cdot 10^{-5}$
30	6,0	0,1463	$1,2192 \cdot 10^{-5}$
30	7,0	0,1757	$1,4642 \cdot 10^{-5}$
30	8,0	0,1956	$1,6300 \cdot 10^{-5}$
30	8,1	0,1978	$1,6483 \cdot 10^{-5}$
30	8,2	0,2008	$1,6733 \cdot 10^{-5}$
30	8,5	0,2015	$1,6792 \cdot 10^{-5}$
30	9,0	0,2015	$1,6658 \cdot 10^{-5}$



Obrázek 3.6: Statická převodní charakteristika zubového čerpadla  $u_R \rightarrow q_R$

Z této statické převodní charakteristiky je patrné, že zubové čerpadlo má pásmo nečitlivosti pro  $u_R \in \langle 0; 1,2 \rangle$  V a pásmo saturace pro  $u_R > 8$  V. Pro  $u_R \in \langle 1,2; 8 \rangle$  V se čerpadlo chová přibližně „lineárně“ dle funkce uvedené v obr. 3.6. Rovnice (3.4) se tedy musí změnit na

$$\frac{dh_R(t)}{dt} = \frac{1}{S} [k_R u_R(t) + q_{R_{\text{off}}}],$$

kde  $k_R = 2,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$  a  $q_{R_{\text{off}}} = -2,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Takto se samozřejmě změní i rovnice (3.3). To je nutno zahrnout do bločku PUMP R ve schématu na obr. 3.5.

**Poznámka:** Pro malé výšky hladin způsobuje přítok od čerpadla víření kapaliny v nádrži a signál ze snímače je více zašuměn. Proto byla při měření počáteční hladina nastavena vždy na  $h_R(0) = 10$  cm a přírůstek hladiny se odečítal vzhledem k této hodnotě, tedy  $\Delta h_R = h_R(\Delta t) - h_R(0)$ . Tím bylo docíleno přesnějšího měření.  $\square$

Přestože výše uvedená identifikace není nic složitějšího než určení rovnice přímky z grafu na obr. 3.6, měli by si studenti technických oborů zažít, že není nikdy důvod, proč neudělat ihned zkoušku správnosti, která zabere nanejvýš několik minut. V tomto případě postačí porovnat odezvy systému a jeho modelu pro stejné vstupní signály. Pokud se tyto budou lišit, odhalí se chyba okamžitě. Tuto zkoušku správnosti ponechme opět na čtenářích tohoto textu.

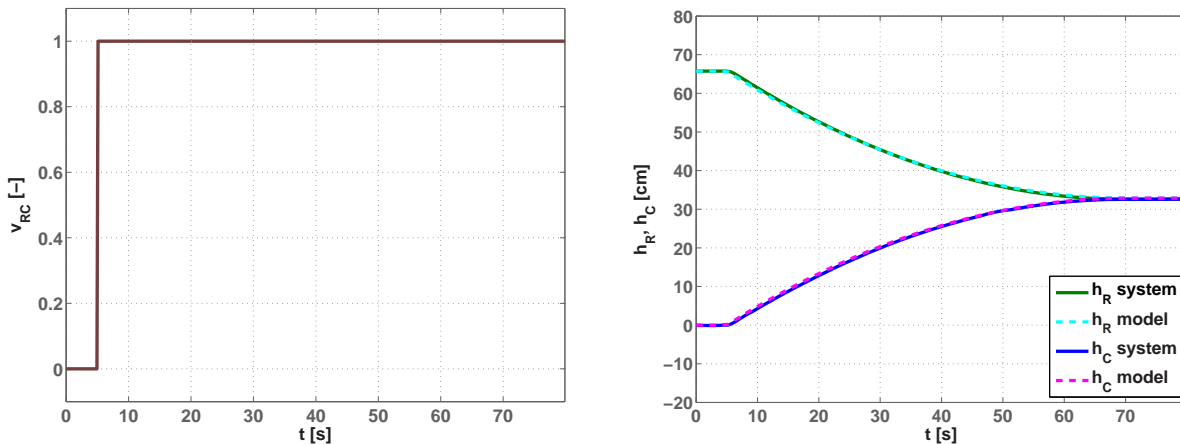
### 3.1.3.2 Průřez ventilu

V předchozí podkapitole byl prezentován jeden způsob využití matematicko-fyzikálního modelu systému k identifikaci neznámé konstanty – byl odvozen vztah, podle něho byly provedeny experimenty a následně byla do vztahu dosazena naměřená data. V této podkapitole bude ukázáno, jak využít simulinkový model k experimentálnímu určení dané konstanty pomocí počítačové simulace.

Opět bude upraven model tak, aby v něm zůstala jediná neznámá konstanta, v tomto případě obsah průřezu ventilu mezi pravou a střední nádrží  $S_{RC}$  [ $\text{m}^2$ ]. Využity budou tentokrát rovnice (3.2) a (3.3). Aby v nich zůstala neznámou pouze  $S_{RC}$ , bude při experimentu vypnuté zubové čerpadlo ( $u_R(t) = 0$ ) a zavřeny ventily mezi levou a střední nádrží ( $v_{LC}(t) = 0$ ) a ze střední nádrže ( $v_C(t) = 0$ ). V nějakém okamžiku se plně otevře ventil mezi pravou a střední nádrží ( $v_{RC}(t) = 1$ ). Rovnice (3.2) a (3.3) pak získají tvar

$$\begin{aligned} \frac{dh_C(t)}{dt} &= \frac{1}{S} \left[ S_{RC} \sqrt{2g(h_R(t) - h_C(t))} \right], \\ \frac{dh_R(t)}{dt} &= \frac{1}{S} \left[ -S_{RC} \sqrt{2g(h_R(t) - h_C(t))} \right]. \end{aligned}$$

Ve výše uvedených rovnicích je opět pouze jediná neznámá konstanta, proto je nyní možné provést experiment, který povede k jejímu určení. Experiment je možné uskutečnit takto. Na začátku měření bude hladina v pravé nádrži na svém maximu a hladina ve střední nádrži na nule. Samozřejmě dojde k tomu, že kapalina začne přetékat z pravé do střední nádrže, až se hladiny vyrovnají. Tento naměřený průběh je možné v Matlabu uložit. Dále se zvolí nějaká hodnota obsahu průřezu ventilu  $S_{RC}$  [m<sup>2</sup>], ta se zapíše do modelu na obr. 3.4 a provede se počítačová simulace stejného experimentu. Poté se změní průřez ventilu  $S_{RC}$  [m<sup>2</sup>] a simulace se opakuje. Toto se dělá do té doby, než dojde ke shodě naměřené odezvy z reálného experimentu a počítačové simulace, viz následující obrázek. Při tomto experimentování bylo zjištěno, že  $S_{RC} = 7 \text{ mm}^2$ .



(a) otevření ventilu

(b) hladiny v nádržích

Obrázek 3.7: Přepouštěcí charakteristika pravého ventilu

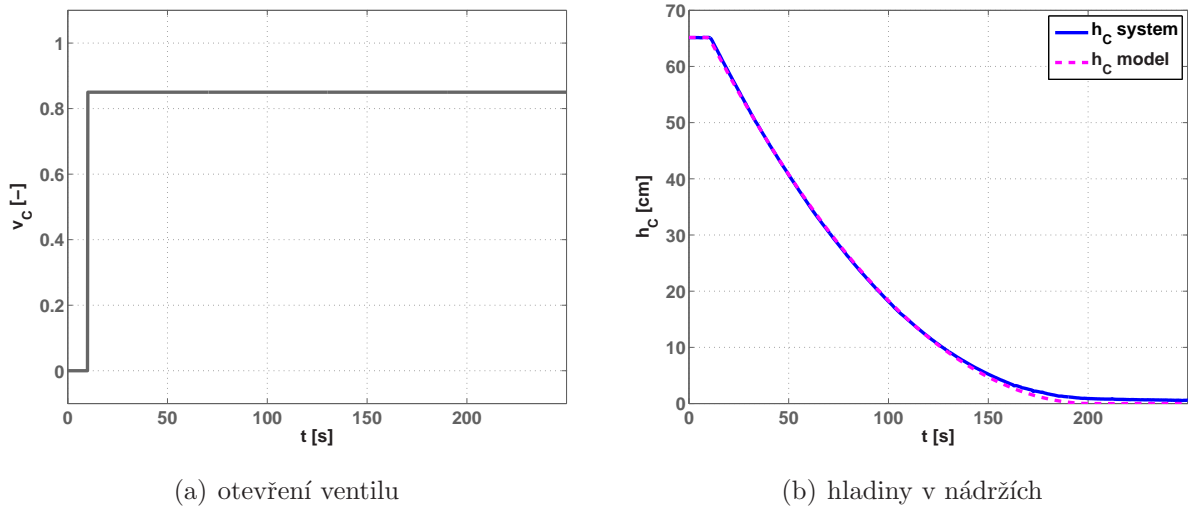
Čtenář by mohl namítnout, proč neurčit obsah průřezu ventilu z materiálů od výrobce. Je třeba si uvědomit, že ventil nemá stejný tvar jako rovná trubička a že se zde projevují další jevy (víry v záhybech ventilu apod.). Proto se hodnota  $S_{RC}$  [m<sup>2</sup>] určená experimentem liší od hodnoty udávané výrobcem, v našem případě totiž zahrnuje i výše zmíněné jevy při protékání kapaliny ventilem. Pravda je, že toto není extra přesná identifikace ventilu, ale pro potřeby návrhu řízení se ukazuje jako naprosto dostačující.

Obdobným způsobem je možné určit obsah průřezu středního ventilu. Opět bude upraven model tak, aby v něm zůstala jediná neznámá konstanta, v tomto případě obsah průřezu ventilu ze střední nádrže  $S_C$  [m<sup>2</sup>]. Využita bude tentokrát rovnice (3.2). Aby v ní zůstala neznámou pouze  $S_C$ , budou při experimentu zavřeny ventily mezi levou a střední nádrží ( $v_{LC}(t) = 0$ ) a mezi pravou a střední nádrží ( $v_{RC}(t) = 0$ ). V nějakém okamžiku se

otevře ventil ze střední nádrže na 85% ( $v_c(t) = 0,85$ ). Rovnice (3.2) pak získá tvar

$$\frac{dh_c(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ -0,85 S_c \sqrt{2gh_c(t)} \right].$$

Při tomto experimentování bylo zjištěno, že  $S_c = 5,6 \text{ mm}^2$ . Shodu naměřených a simulovaných průběhů uvádí následující obrázek.

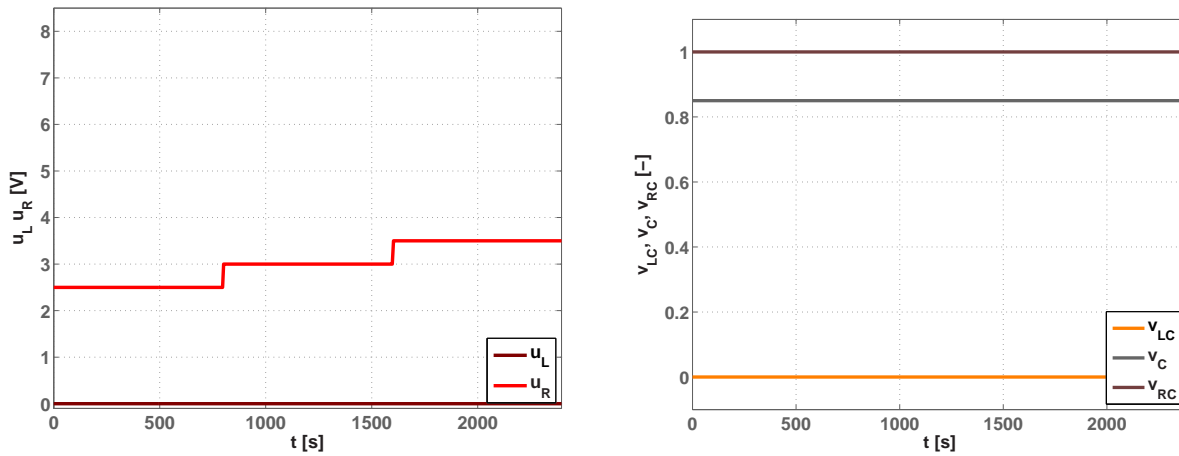


Obrázek 3.8: Vypouštěcí charakteristika středního ventilu

Určení obsahu průřezu posledního ventilu a statické převodní charakteristiky odstředivého čerpadla je ponecháno na čtenáři tohoto textu – postup je obdobný.

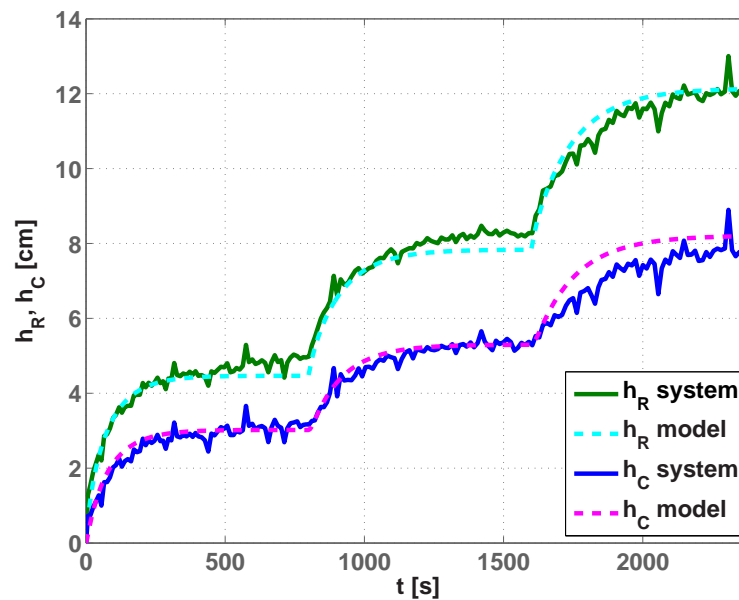
### 3.1.4 Ověření správnosti matematicko-fyzikálního modelu

V tuto chvíli je počítačový model kompletní, rovnice jsou zapojeny a všechny neznámé konstanty byly určeny. Zbývá tedy ověřit správnost modelu jako celku. Principiálně jde o jednoduchou úlohu. Provedou se stejné experimenty na reálném systému a na jeho modelu. Poté se naměřené a simulované odezvy porovnají. Zásadní otázkou je, jaké experimenty provést. Samozřejmě, čím pestřejší experimenty, a čím více jich je provedeno, tím je „důkaz“ správnosti modelu silnější. Na druhou stranu udělat nekonečně mnoho experimentů nelze stihnout v konečném čase. Pro ověření modelu, který bude sloužit pro potřeby návrhu řízení, postačí porovnat odezvy na počáteční podmínky výšek hladin v jednotlivých nádržích (ty jsou již zobrazeny na obr. 3.7 a obr. 3.8) a odezvy na skokové změny vstupních signálů (změny napětí na čerpadlech a změny otevření ventilů). Odezvy na skokové změny napětí na zubovém čerpadle prezentují následující obrázky. Shoda odezvy systému a jeho počítačového modelu je vynikající.



(a) napětí čerpadel

(b) otevření ventilů



(c) hladiny v nádržích

Obrázek 3.9: Odezva systému a modelu na skokový vstup

Porovnání odezev pro různé nastavení ventilů nechtě si čtenář vyzkouší sám. Zde již nelze čekat tak dobrou shodu, neboť ventily jsou značně nelineární. Model ventilu je možné zpřesnit, ale pro návrh řízení systému pomocí zubového čerpadla to není třeba.

Jak shrnout tuto kapitolu? Byl představen systém vodního hospodářství (ŠIKÝŘ, T., 2011), byly určeny jeho vstupy a výstupy, byl vytvořen jeho simulinkový model a byla provedena jeho identifikace spolu s ověřením správnosti tohoto modelu. Pro hlubší studium týkajících se této problematiky by si měl student prostudovat kapitoly 11 a 12 z (ROUBAL, J. et al., 2011), samostatně si zopakovat postupy uvedené v této kapitole a dále vypracovat neřešené úlohy uvedené v následující kapitole.

## 3.2 Návrh řízení na základě modelu

V této podkapitole bude na základě matematicko-fyzikálního modelu, který byl vytvořen v podkapitole 3.1, navržen a analyzován řídicí algoritmus (regulátor) pro udržování požadované hladiny ve střední nádrži pomocí zubového čerpadla. Nejprve bude vytvořen takzvaný stavový popis a poté bude provedena jeho linearizace (zjednodušení modelu pro účely návrhu regulátoru). Na základě linearizovaného modelu bude navržen PID regulátor, který bude následně testován s lineárním i nelineárním modelem. Budou zde tedy zpracovány body 5 až 8 z (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola: Motivace pro řízení).

### 3.2.1 Stavový model

V této části bude vytvořen stavový popis (model) Systému vodního hospodářství. Obecný stavový model lze podle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2) zapsat soustavou nelineárních rovnic

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)),\end{aligned}\tag{3.5}$$

kde  $\mathbf{u}(t)$  je vektor  $n_u$  vstupů,  $\mathbf{x}(t)$  je vektor  $n_x$  vnitřních stavů a  $\mathbf{y}(t)$  je vektor  $n_y$  výstupů

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_{n_u}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_{n_x}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_{n_y}(t) \end{bmatrix}.$$

První diferenciální rovnice v (3.5) se nazývá *stavovou rovnicí* a druhá algebraická rovnice *výstupní rovnicí*. Obě funkce  $\mathbf{f}$  i  $\mathbf{g}$  v (3.5) jsou obecně vektorové, což neznamená nic složitějšího než to, že se pod nimi skrývá více rovnic (soustava rovnic).

Vytvořit stavový model Systému vodního hospodářství znamená zvolit vstupní, stavový a výstupní vektor v modelu (3.5) a poté přepsat rovnice (3.1) až (3.3) do tohoto značení a tvaru. Pravidla volby tří výše uvedených vektorů jsou následující:

- vstupy modelu jsou nezávislé veličiny v diferenciálních rovnicích,
- stavy modelu jsou ty veličiny, které se v diferenciálních rovnicích vyskytují s derivací,
- výstupy modelu mohou být kterékoli veličiny v diferenciálních rovnicích, které zároveň nejsou vstupy, nebo kombinace těchto veličin.

Podle tohoto návodu může být pro Systém vodního hospodářství provedena například tato volba

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_R(t) \\ v_{RC}(t) \\ v_C(t) \\ v_{LC}(t) \\ u_L(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_R(t) \\ h_C(t) \\ h_L(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100h_R(t) \\ 100h_C(t) \\ 100h_L(t) \end{bmatrix}.$$

V tomto případě je rozdíl mezi stavovým vektorem a výstupním vektorem pouze v jednotkách. Zatímco stavový vektor uvádí výšky hladin v metrech, výstupní vektor je reprezentuje v centimetrech. Stavový model je pouhým přepsáním diferenciálních rovnic (3.1) až (3.3) se značením dle výše uvedeného klíče ( $u_1(t) = u_R(t)$ ,  $u_2(t) = v_{RC}(t)$  atd.) plus připsání výstupních rovnic

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ -u_2(t)S_{RC}\sqrt{2g(x_1(t)-x_2(t))} + k_R u_1(t) + q_{R\text{off}} \right],$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ u_4(t)S_{LC}\sqrt{2g(x_3(t)-x_2(t))} + u_2(t)S_{RC}\sqrt{2g(x_1(t)-x_2(t))} - u_3(t)S_C\sqrt{2gx_2(t)} \right],$$

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = \frac{1}{S} \left[ -u_4(t)S_{LC}\sqrt{2g(x_3(t)-x_2(t))} + S_L\sqrt{2\left(\frac{k_L}{\rho}u_5^2(t) - gx_3(t)\right)} \right],$$

$$y_1(t) = 100x_1(t),$$

$$y_2(t) = 100x_2(t),$$

$$y_3(t) = 100x_3(t).$$

Čtenář by mohl namítnout, že jde pouze o formální změnu označení jednotlivých veličin, při kterém se navíc ztratí jejich fyzikální označení. To je pravda. Regulátoru je ale jedno, zda řídí výšky hladin v nádržích nebo teplotu v místnosti, či rychlost automobilu. Algoritmus regulátoru bude stále stejný, jen se změní jeho parametry. *Důvodem zavádění stavového popisu je tedy to, že od tohoto místa bude postup návrhu regulátoru univerzální bez ohledu na to, z jakého fyzikálního světa stavový model pochází.*

Protože bude dále řešen návrh regulátoru pro řízení výšky hladiny ve střední nádrži pomocí pravého zubového čerpadla, není třeba dále používat celý výše uvedený model, ale pouze jeho část, ze kterého celá levá nádrž s odstředivým čerpadlem a příslušným ventilem vypadne. Dále bude tedy používán stavový model následujícího znění.



$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{S} \left[ -u_2(t)S_{\text{RC}}\sqrt{2g(x_1(t) - x_2(t))} + k_{\text{R}}u_1(t) + q_{\text{Roff}} \right] \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{S} \left[ +u_2(t)S_{\text{RC}}\sqrt{2g(x_1(t) - x_2(t))} - u_3(t)S_{\text{C}}\sqrt{2gx_2(t)} \right] \quad (3.7)$$

$$y_1(t) = 100x_1(t) \quad (3.8)$$

$$y_2(t) = 100x_2(t) \quad (3.9)$$

### 3.2.2 Linearizace modelu

Protože návrh regulátoru na základě nelineárního modelu je velice obtížná úloha a protože v praxi regulátory udržují systémy v určitém úzkém pásmu pracovních podmínek, provádí se takzvaná *linearizace* modelu, na základě které je návrh regulátoru podstatně jednodušší úloha. Linearizace nelineárního modelu je náhrada složitých nelineárních rovnic rovnicemi lineárními, které ovšem reprezentují původní model pouze v určitém okolí takzvaného pracovního bodu (ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2). *Pracovní bod je takový ustálený stav systému, při kterém jsou všechny veličiny jeho modelu konstantní (neměnné)*, neboli všechny derivace (časové změny) ve stavovém modelu (3.5) jsou rovny nule

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{0}. \quad (3.10)$$

V modelu popsaném rovnicemi (3.6) až (3.9) postačí vyřešit dvě rovnice

$$\dot{x}_1(t) = 0, \quad \dot{x}_2(t) = 0.$$

Protože je v těchto rovnicích pět veličin a rovnice jsou jen dvě, bude řešení nekonečně mnoho, což znamená, že tři veličiny je nutné zvolit a zbylé dvě dopočítat podle následujících vztahů (nuly v indexech veličin symbolizují pracovní bod (ROUBAL, J. et al., 2011))

$$x_{20} = \frac{1}{2g} \left( \frac{k_{\text{R}}u_{10} + q_{\text{Roff}}}{u_{30}S_{\text{C}}} \right)^2, \quad x_{10} = x_{20} + \frac{1}{2g} \left( \frac{k_{\text{R}}u_{10} + q_{\text{Roff}}}{u_{20}S_{\text{RC}}} \right)^2.$$

Určit toto řešení je problém středoškolské matematiky a doporučuje se, aby si ho čtenář tohoto textu vyzkoušel nalézt sám. V tomto konkrétním případě bylo zvoleno  $u_{10} = 3 \text{ V}$ ,  $u_{20} = 1$  a  $u_{30} = 0,85$  a dle výše uvedených vztahů dopočítány hladiny  $x_{20} = 0,0549 \text{ m}$  a  $x_{10} = 0,0803 \text{ m}$ . Odtud z rovnic (3.8) a (3.9) platí  $y_{20} = 5,49 \text{ cm}$  a  $y_{10} = 8,03 \text{ cm}$ . Tento výpočet potvrzují i simulace uvedené na obr. 3.9.

Linearizovaný model podle (ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2) je možné zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(t), \\ \Delta\mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\Delta\mathbf{u}(t),\end{aligned}\tag{3.11}$$

kde vektory odchylek jsou

$$\Delta\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) - u_{10} \\ u_2(t) - u_{20} \\ \vdots \\ u_{n_u}(t) - u_{n_u0} \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) - x_{10} \\ x_2(t) - x_{20} \\ \vdots \\ x_{n_x}(t) - x_{n_x0} \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) - y_{10} \\ y_2(t) - y_{20} \\ \vdots \\ y_{n_y}(t) - y_{n_y0} \end{bmatrix}.$$

Rovnice v (3.11) vzniknou tak, že se pravé strany rovnic (3.6) až (3.9) nahradí Taylorovým polynomem 1. řádu právě v pracovním bodě (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2).

Protože bude dále řešen návrh regulátoru pro udržování požadované hladiny ve střední nádrži pomocí zubového čerpadla, bude od tohoto místa uvažováno  $u_2(t) = u_{20} = 1$ ,  $u_3(t) = u_{30} = 0,85$ . Potom mají matice z (3.11) dle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2) tvar

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{g u_{20} S_{RC}}{S\sqrt{2g(x_{10}-x_{20})}} & +\frac{g u_{20} S_{RC}}{S\sqrt{2g(x_{10}-x_{20})}} \\ +\frac{g u_{20} S_{RC}}{S\sqrt{2g(x_{10}-x_{20})}} & -\frac{g u_{20} S_{RC}}{S\sqrt{2g(x_{10}-x_{20})}} - \frac{g u_{30} S_C}{S\sqrt{2gx_{20}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{k_R}{S} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix},$$

a číselně

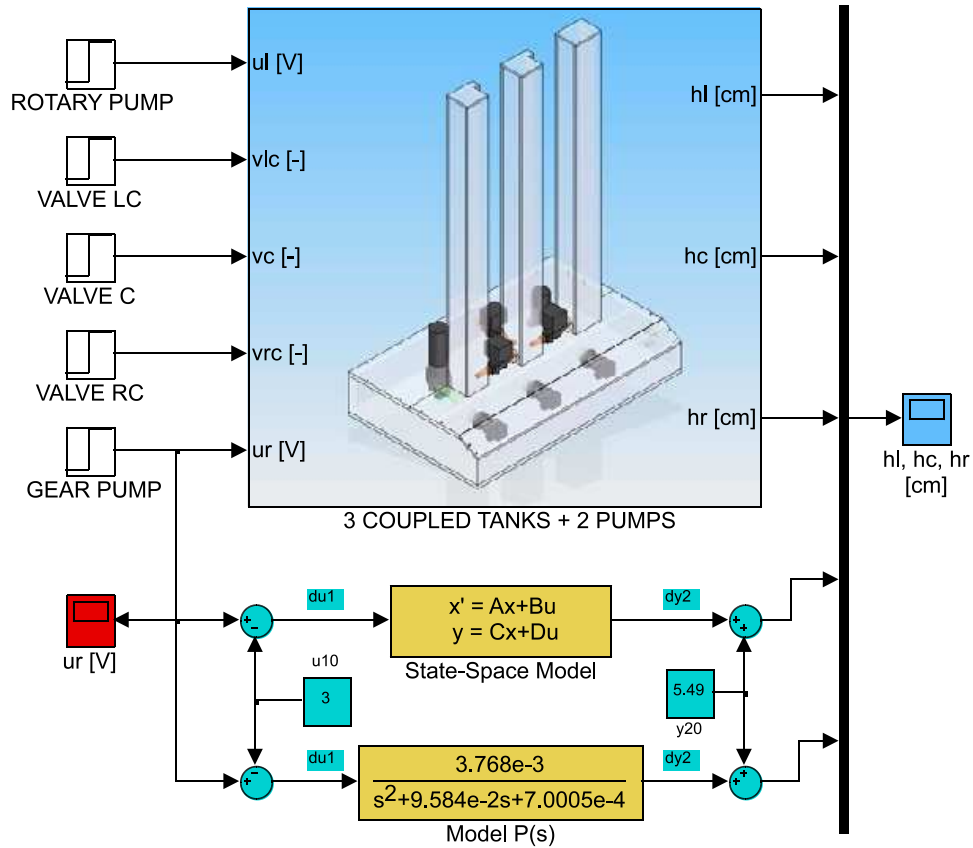
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0,0389 & 0,0389 \\ 0,0389 & -0,0569 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 9,680 \cdot 10^{-4} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3.12}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

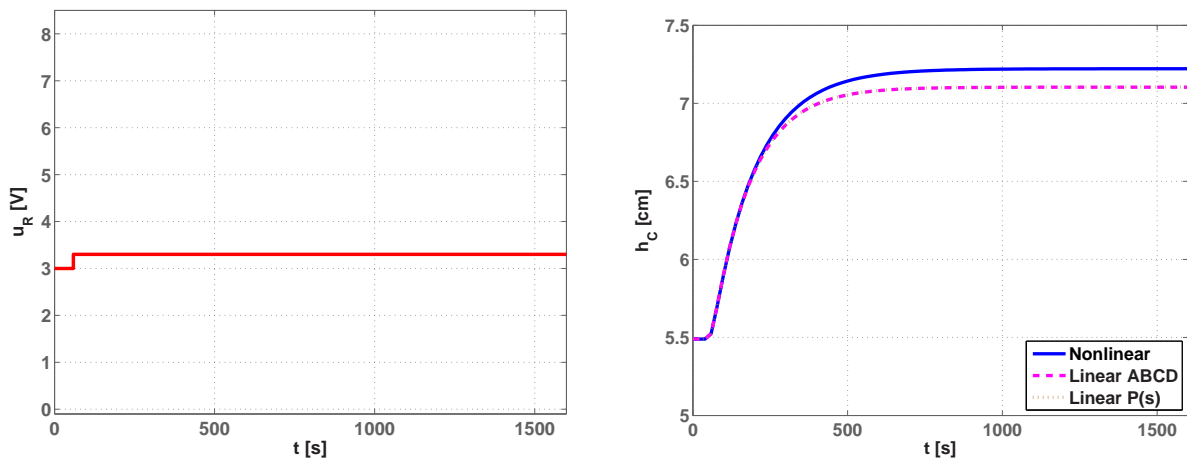
Z těchto stavových matic můžeme v Matlabu vytvořit objekt systém pomocí příkazu `System = ss(A,B,C,D)` a poté přenos v Laplaceově transformaci (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 3) mezi napětím zubového čerpadla  $u_1$  a výškou hladiny ve střední nádrži  $y_2$  pomocí příkazu `Prenos = tf(System)`. Číselně je přenos

$$P_{u_1 \rightarrow y_2}(s) = \frac{Y_2(s)}{U_1(s)} = \frac{3,768 \cdot 10^{-3}}{s^2 + 9,584 \cdot 10^{-2}s + 7,005 \cdot 10^{-4}}. \tag{3.13}$$

Pro ověření správnosti linearizace je možné využít následující schéma. Z odsimulovaných signálů na obr. 3.11 je patrné, že je linearizace správně (signály sobě odpovídají).



Obrázek 3.10: Schéma pro srovnání nelineárního a linearizovaného modelu



(a) napětí zubového čerpadla

(b) hladina ve střední nádrži

Obrázek 3.11: Odezva nelineárního a linearizovaného modelu

Lineární stavový model (matice  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ) nebo přenos v Laplaceově transformaci  $P(s)$  je možné tímto způsobem získat z jakéhokoli reálného systému (mechanického, tepelného, pneumatického, hydraulického a tak dále). Dále bude prezentován návrh regulátoru založený právě na tomto popisu (modelu). To znamená, že principiální návrh regulátoru pro nějaký systém bude stejný, ať už se jedná o systém mechanický, tepelný, pneumatický nebo hydraulický a tak dále.

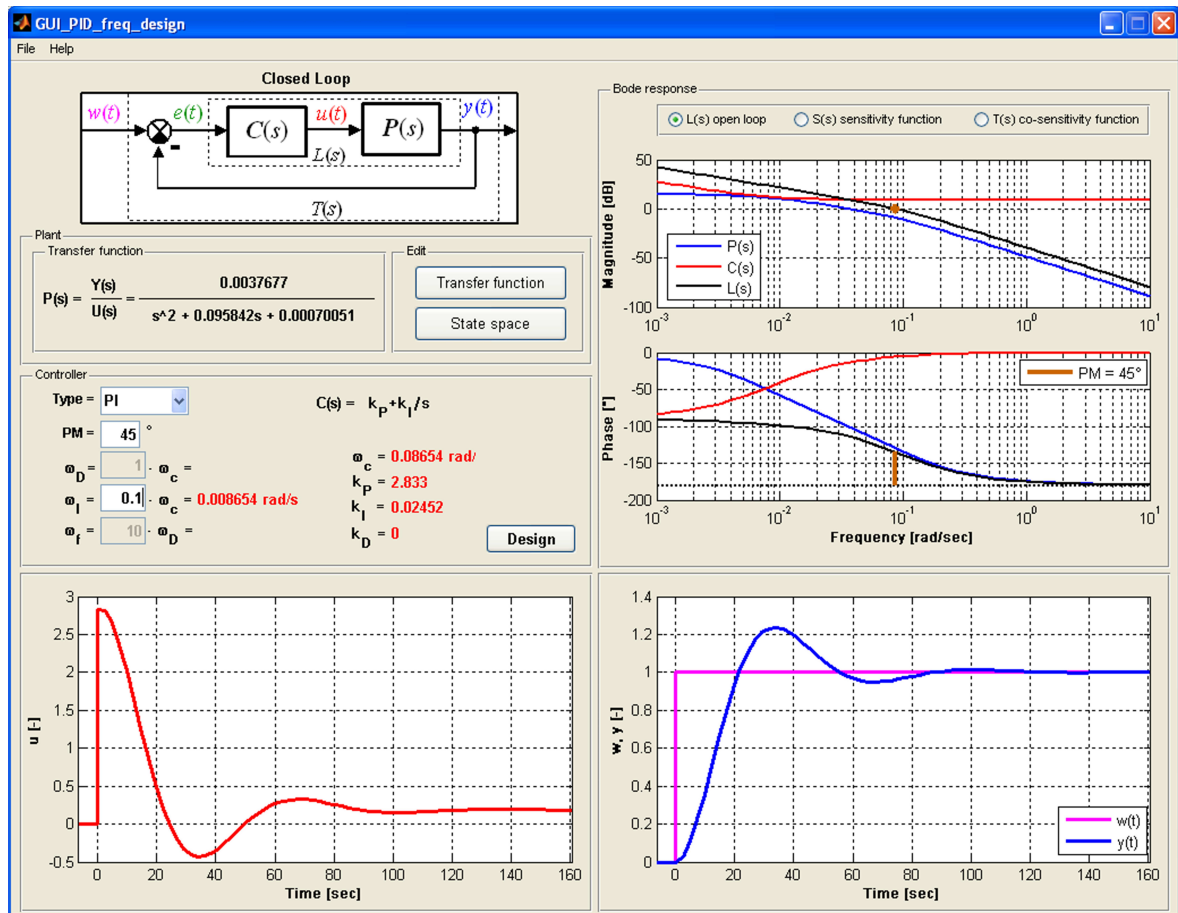
Pravdou je, že tato partie – linearizace, podrobně popsána v (ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 2) – je matematicky nejobtížnější část postupu, všechno následující je celkem rutinní práce. Proces linearizace je možné obejít tím, že se změří přechodová charakteristika systému a přenos se určí z tohoto měření (FENCLOVÁ, M.; PECH, Z.; SUKOVÁ, M., 1993; ROUBAL, J. et al., 2011, příklad 12.3). To je ale dle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 12.1.1) mnohonásobně méně přesná metoda identifikace, která může následně způsobit mnoho problémů při realizaci regulátoru.

### 3.2.3 Návrh regulátoru na základě linearizovaného modelu

Pro návrh PID regulátoru je nyní možné využít mnoho metod, které jsou vesměs založeny na dosazení čísel z přenosu (3.13) do nějakých vzorců nebo na použití grafických rozhraní, kde je možné posouváním určitých „bodů“ navrhout daný regulátor. V zásadě jsou tři základní metody, které jsou často používány: metoda Ziegler-Nichols, frekvenční metody a metoda geometrického místa kořenů (GMK) (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 15 a 16). Další metody jsou většinou jakousi úpravou těchto základních postupů. Metoda Ziegler-Nichols je celkem jednoduchá a funkční metoda. Byla ovšem navržena pro řízení motorů a v systému tohoto typu nebude poskytovat dobré výsledky. Proto budou dále využity zbylé dvě metody.

#### 3.2.3.1 Návrh PID regulátoru frekvenčními metodami

Frekvenční metody pro návrh PID regulátoru lze jednoduše použít tak, že se v Matlabu provede příkaz `GUI_PID_freq_design(Prenos)`. Tím se otevře grafické prostředí uvedené na následujícím obrázku, jehož autorem je Miroslav Pech (PECH, M., 2008). V tomto prostředí uživatel pouze vybere typ regulátoru (P, PI, PDf, PIDf) a zvolí fázovou bezpečnost PM (Phase Margin), případně může změnit integrační frekvenci  $\omega_i$  [ $\text{rad s}^{-1}$ ]. Poté už se pouze opíše konstanty PID regulátoru. Nesmí se jen opomenout to, v jakém tvaru je PID regulátor zapsán a v jakém tvaru bude realizován (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 14).



Obrázek 3.12: GUI pro frekvenční návrh PID regulátoru

Z grafického prostředí na obr. 3.12 je patrné, že byl navržen PI regulátor pro fázovou bezpečnost  $45^\circ$  s konstantami

$$k_p = 2,833, \quad k_i = 0,02452.$$

Přenos regulátoru  $C(s)$  v grafickém prostředí na obr. 3.12 odpovídá v tomto případě realizaci (zapojení) PI regulátoru v Simulinku. Není tedy třeba tyto konstanty do Simulinku přepočítávat. Návrh regulátoru frekvenčními metodami je podrobně popsán například v (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 15) či (JOHN, J., 1998).

### 3.2.3.2 Navržení PID regulátoru pomocí GMK

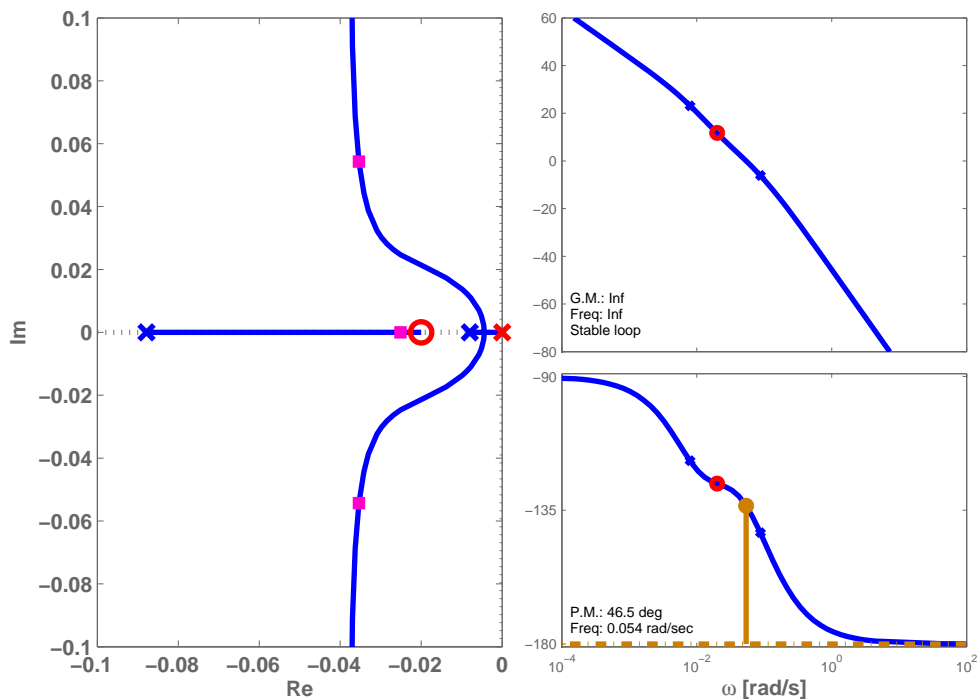
Geometrické místo kořenů (GMK) pro návrh PID regulátoru lze jednoduše použít tak, že se v Matlabu provede příkaz `sisotool` (Prenos). Tím se otevře grafické prostředí uvedené na obr. 3.13, které je součástí Control System Toolboxu. Zároveň je možné v tomto prostředí zapnout Menu  $\rightarrow$  Design  $\rightarrow$  Response To Step Command, což zobrazí odezvu

regulační smyčky na skok žadané hodnoty (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 14). Posouváním červených koleček (nul regulátoru), červených křížků (pólů regulátoru) a fialových čtverečků (pólů uzavřené regulační smyčky) je možné nastavit odezvu regulační smyčky, která se okamžitě aktualizuje. Tak je možné navrhnout regulátor, který zajistí požadovanou odezvu regulační smyčky.

Pro návrh konkrétního typu regulátoru je nutno vložit do GMK na správné místo příslušný počet nul a pólů regulátoru (červených koleček a křížků):

- P regulátor: nepřidá se nic, pouze se pohybem fialových čtverečků zvolí zesílení  $k_p$ ,
- PI regulátor: přidá se křížek do počátku souřadnic a kolečko na zápornou reálnou poloosu,
- PDf regulátor: přidá se jeden křížek a jedno kolečko na zápornou reálnou poloosu (křížek více vlevo než kolečko),
- PIDf regulátor: přidají se dva křížky a dvě kolečka na zápornou reálnou poloosu (v pořadí křížek, kolečko, kolečko a poslední křížek do počátku souřadnic).

Následující obrázek prezentuje GMK pro regulátor typu PI, které zobrazí (po umístění kolečka a křížku do „optimální“ podoby) grafické prostředí `sisotool`.



Obrázek 3.13: GMK pro návrh PID regulátoru

Toto prostředí s tímto rozmístění nul a pólů vrátí přenos regulátoru ve tvaru

$$C(s) = 1,4 \frac{s + 0,02}{s} .$$

V Simulinku je ale PI regulátor realizován ve tvaru

$$C(s) = k_p + \frac{k_I}{s} = \dots = k_p \frac{s + \frac{k_I}{k_p}}{s} .$$

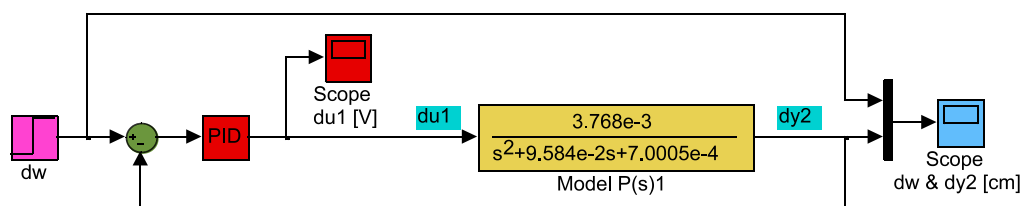
Porovnáním dvou výše uvedených tvarů PI regulátoru určíme konstanty

$$k_p = 1,4, \quad k_I = 0,02 \cdot 1,4 = 0,028 .$$

Návrh regulátoru pomocí GMK je podrobně popsán například v (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 16) či (JOHN, J., 1998; DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007).

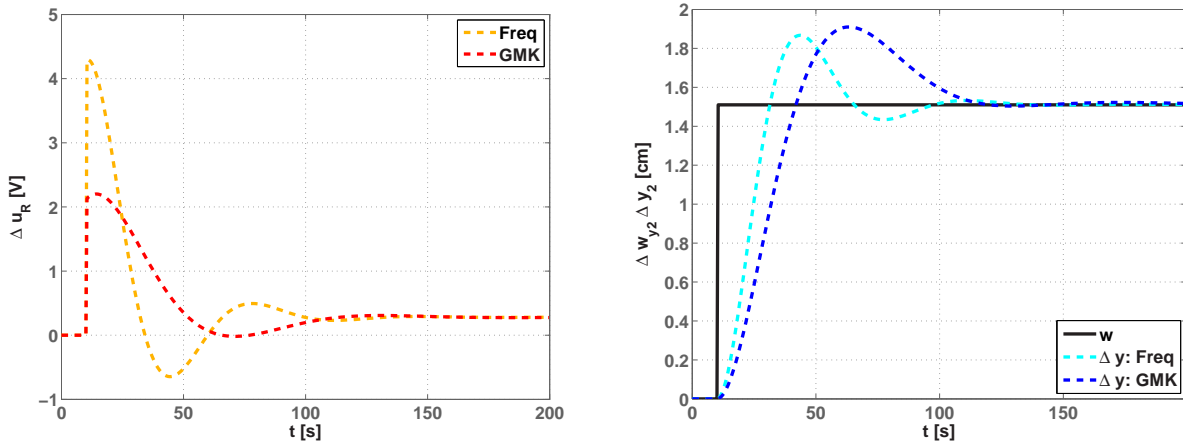
### 3.2.4 Regulace linearizovaného modelu

Přestože obě grafická prostředí (GUI\_PID\_freq\_design a sisotool) zobrazují odezvu regulační smyčky, to je průběh akčního zásahu (napětí zubového čerpadla) i průběh regulované veličiny (hladiny ve střední nádrži), je vhodné zapojit regulační smyčku s regulátorem a ověřit, zda funguje správně. Pokud byly navržené konstanty regulátoru přeneseny do simulinkového bločku PID správně, musí být odezva uzavřené regulační smyčky totožná s odezvou z daného návrhového prostředí. Schéma regulační smyčky s linearizovaným modelem uvádí následující obrázek a její odezvu znázorňují grafy pod ním.



Obrázek 3.14: Schéma regulační smyčky s linearizovaným modelem

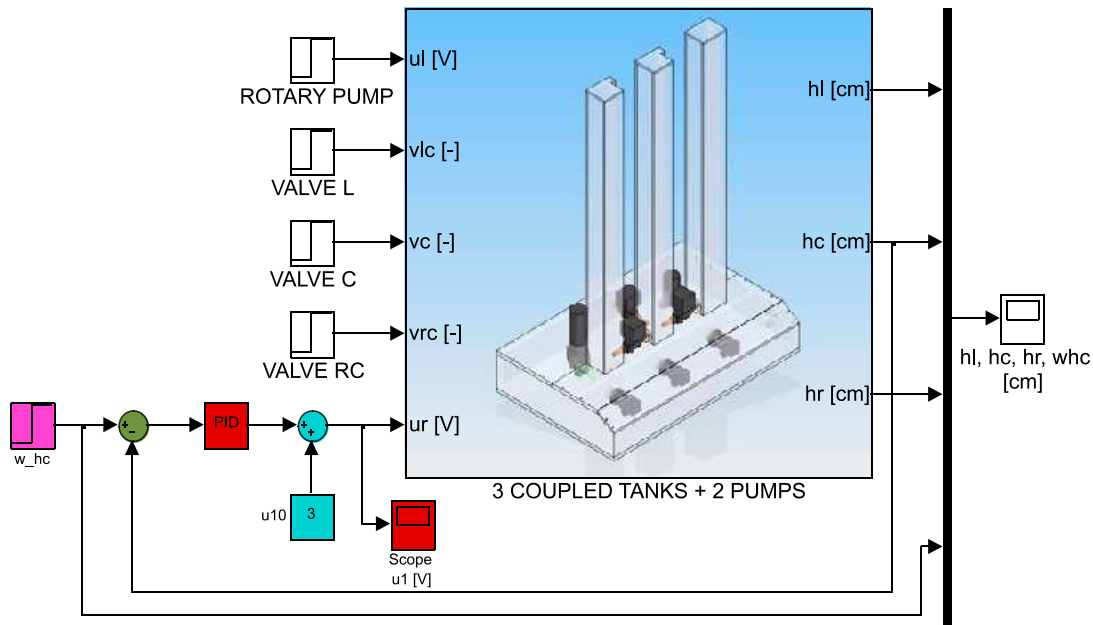
Z průběhů na následujících obrázcích je možno odečíst, že oba regulátory způsobí přibližně stejný překmit regulované veličiny, ale regulátor navržený frekvenčními metodami nutí model reagovat mnohem rychleji. To samozřejmě není zadarmo, velikost akčního zásahu je v tomto případě téměř dvakrát větší – regulační děj v tomto případě spotřebuje více energie než regulátor navržený metodou GMK.

(a) vstup modelu  $\Delta u_1(t)$ (b) výstup modelu  $\Delta y_2(t)$ 

Obrázek 3.15: Odezva uzavřené regulační smyčky linearizovaného modelu  $P_{u_1 \rightarrow y_2}(s)$  s PI regulátorem

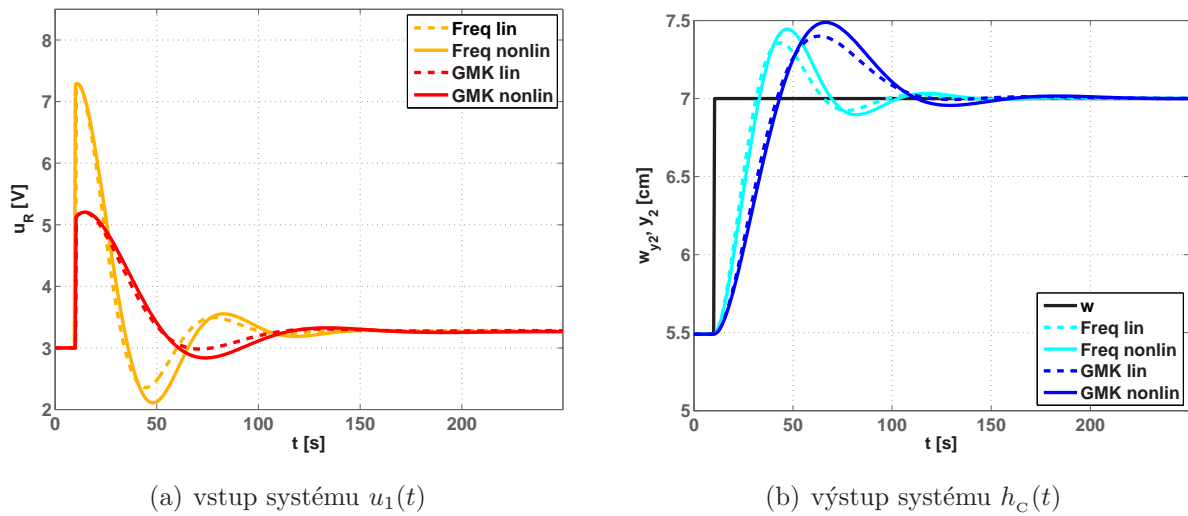
### 3.2.5 Regulace nelineárního modelu

Podle postupu v (ROUBAL, J. et al., 2011, Motivace pro řízení) je nyní třeba ověřit navržené regulátory s nelineárním modelem Systému vodního hospodářství. Schéma regulační smyčky PID regulátoru s nelineárním modelem je na následujícím obrázku a její odezvu prezentují grafy pod ním.



Obrázek 3.16: Schéma regulační smyčky s nelineárním modelem





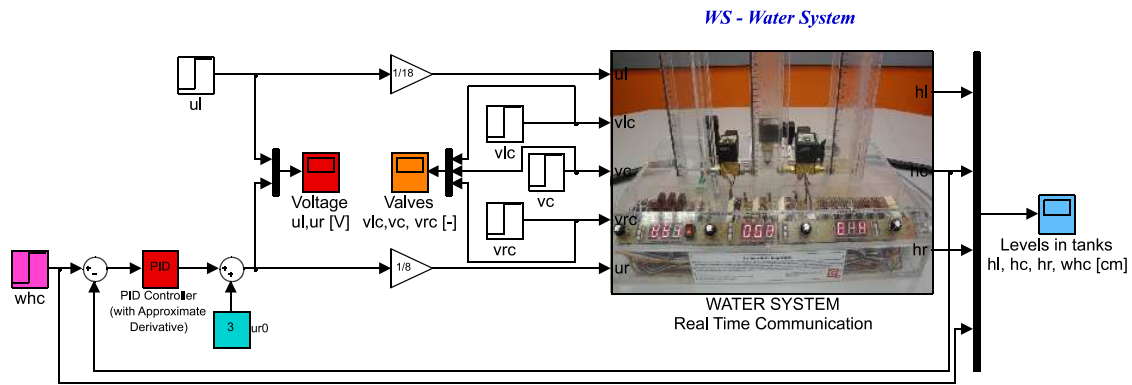
Obrázek 3.17: Odezva uzavřené regulační smyčky nelineárního modelu s navrženým PI regulátorem

Na těchto průbězích jsou pro jistotu srovnány odezvy regulačních smyček s nelineárním modelem s odezvami regulačních smyček s jejich linearizovanými verzemi (ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2011). Je patrné, že aplikace navržených regulátorů je správná – průběhy jsou téměř totožné. Odchytky příslušných signálů jsou způsobeny tím, že linearizace je pouze lokální aproximací (ROUBAL, J. et al., 2010; ROUBAL, J. et al., 2011). Na tento fakt je nutno brát vždy zřetel. V okolí jiného pracovního bodu bude linearizovaný model odlišný, což se více či méně následně projeví při návrhu regulátoru.

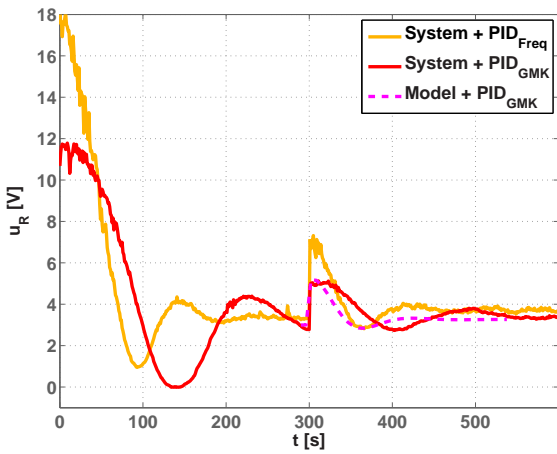
Jak tedy shrnout tuto podkapitolu? Nejprve byl vytvořen stavový model Systému vodního hospodářství jako formální a univerzální popis jakéhokoli dynamického systému. Dále byl tento stavový model linearizován (nahrazen jednodušším modelem) v daném pracovním bodě. Tento linearizovaný model poté posloužil pro návrh PID regulátoru. PID regulátory byly nakonec testovány na linearizovaném modelu a následně i na nelineárním modelu. V tuto chvíli již tedy nic nebrání tomu, aby byly oba navržené regulátory aplikovány na reálný laboratorní model.

### 3.3 Aplikace řízení na reálném systému

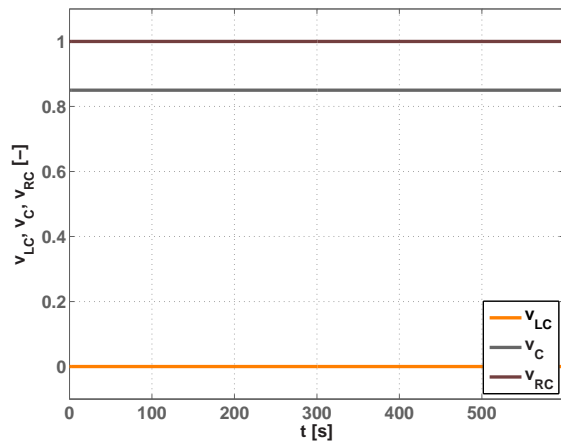
V této části budou pouze aplikovány oba navržené regulátory z předchozí podkapitoly na laboratorní model Systému vodního hospodářství (ŠIKÝŘ, T., 2011). Schéma regulační smyčky je uvedeno na následujícím obrázku. Grafy pod ním prezentují regulační pochody s oběma PI regulátory při změně žádané hladiny ve střední nádrži.



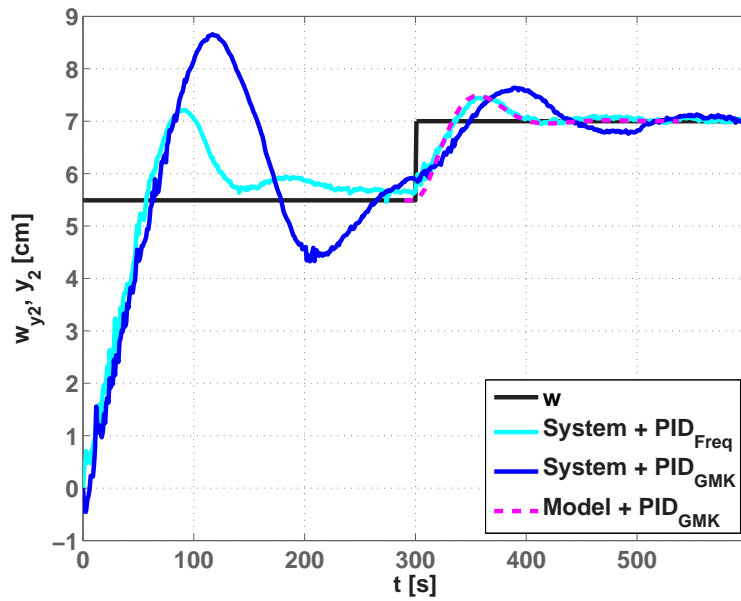
Obrázek 3.18: Schéma regulační smyčky s laboratorním modelem



(a) napětí čerpadel



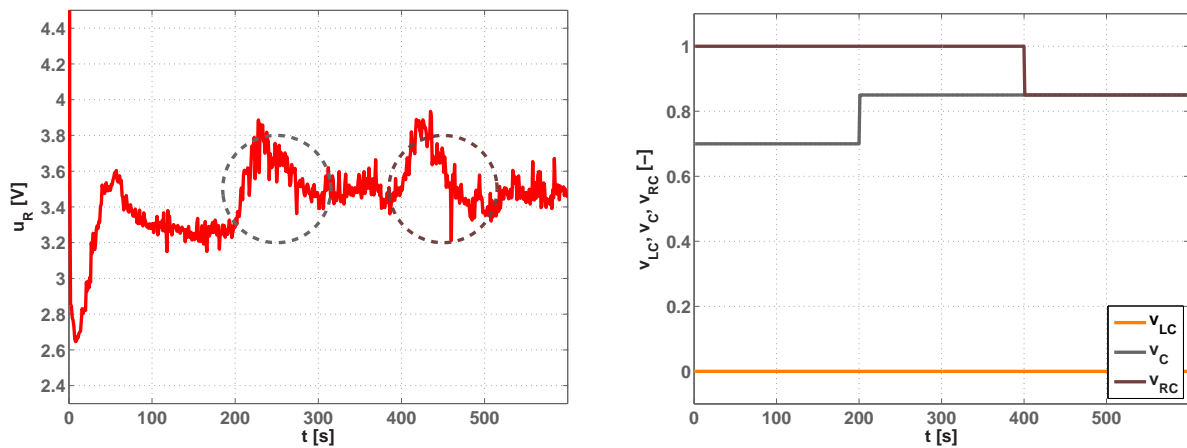
(b) otevření ventilů



(c) hladiny v nádržích

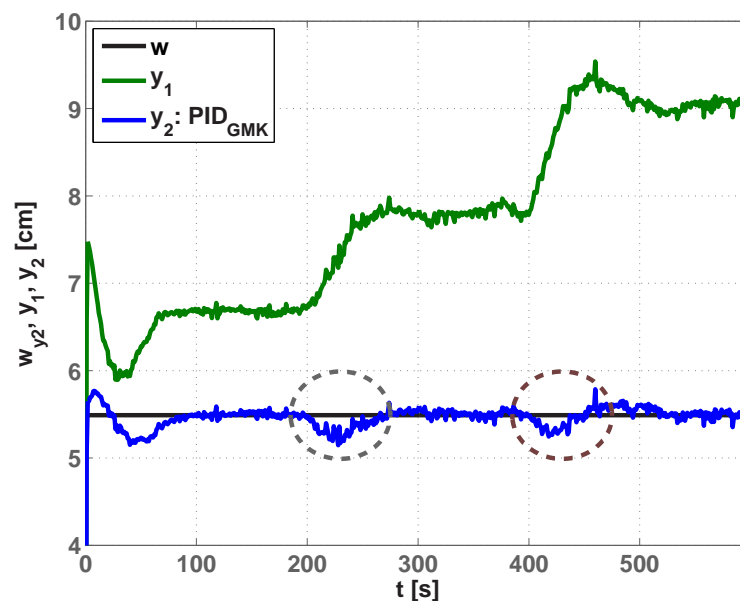
Obrázek 3.19: Odezva uzavřené regulační smyčky s laboratorním modelem

Grafy na obr. 3.19 ukazují, že oba regulátory pracují správně i s laboratorním modelem. V průbězích je navíc zkopírována odezva regulační smyčky s nelineárním počítačovým modelem a PI regulátorem navrženým metodou GMK z obr. 3.17 (fialový průběh). Je zde patrné, že odezvy modelu a systému v regulační smyčce jsou si velice podobné. To potvrzuje správnost celého postupu, který byl prezentován v této kapitole. Průběhy samozřejmě nemohou být totožné. Model daného systému je vždy pouze aproximací (ROUBAL, J. et al., 2011). Pro ověření správné funkce je možné dále například otestovat regulační smyčku při změně otevření jednotlivých ventilů (odezva na poruchu). To prezentují následující grafy. Regulátor opět pracuje správně.



(a) napětí čerpadel

(b) otevření ventilů



(c) hladiny v nádržích

Obrázek 3.20: Odezva regulační smyčky při změně otevření ventilů

Z výše uvedených průběhů je vidět, že v čase  $t = 200$  s byl více pootevřen výtokový ventil. To představuje zvýšení odběru kapaliny ze systému. Proto začala hladina ve střední nádrži klesat, viz obr. 3.20(c). Regulátor zvýšil svůj akční zásah dle obr. 3.20(a), čímž došlo ke zvýšení hladiny v pravé nádrži, viz obr. 3.20(c). Tak mohla být hladina ve střední nádrži udržena na požadované hodnotě. Zde je třeba si uvědomit, že to nebylo zadarmo, jak si mnoho managerů a ekonomů myslí. Stalo se to díky vyššímu napětí na čerpadle, což zapříčiní jeho vyšší spotřebu energie. Pokud se chce něčeho poctivě dosáhnout, stojí to peníze, práci a čas.

Na výše uvedených průbězích je též vidět, že v čase  $t = 400$  s se přivřel ventil mezi pravou a střední nádrží. Tím se snížil průtok tímto ventilem, který byl do té doby stejný jako průtok výtokovým ventilem. To opět způsobilo pokles hladiny ve střední nádrži. Regulátor opět zvýšením napětí na čerpadle po čase dosáhl vrácení hladiny na její požadovanou hodnotu. V tomto případě musela být hladina v pravé nádrži mnohem více navýšena, aby došlo k vyrovnání toku ve výtokovém ventilu. Zajímavé je, že se napětí po odeznění přechodového děje vrátilo na hodnotu, na které bylo před časem  $t = 400$  s. Pokuste se tento jev vysvětlit.

K regulační smyčce na obr. 3.18 je nutno poznamenat, že se nesmí zapomenout na pracovní bod – hodnotu  $u_{RO}$ . Důvod je ten, že regulátor byl navržen pro linearizovaný model a předpokládá se, že bude systém řídit pouze v okolí daného pracovního bodu (ROUBAL, J. et al., 2011; ROUBAL, J. et al., 2010). Pouze zde je garantována stabilita uzavřené regulační smyčky.

Tímto práce s návrhem regulátoru končí. Ovšem, dále je třeba regulátor s laboratorním modelem testovat a analyzovat. V praxi se často stává, že se toto děje ještě dlouho po první aplikaci regulátoru zejména v případech, kdy je žádoucí regulační děj nějakým způsobem optimalizovat například z důvodu šetření energie apod.

**Poznámka:** Aby nebyli studenti demotivováni k práci na tomto laboratorním modelu, protože už znají všechny jeho konstanty, byly všechny převodníky elektrických veličin přenastaveny. Čtenář se tedy nesmí divit tomu, že při opakování výše uvedených experimentů dojde k jiným hodnotám identifikovaných konstant.  $\square$

# Kapitola 4

## Neřešené laboratorní úlohy

V této kapitole nalezne čtenář několik úloh týkajících se návrhu řízení. Typově půjde o stejné problémy, které byly prezentovány v kapitole 3. Zadání se budou ale týkat dalších laboratorních modelů z Laboratoře aplikované informatiky a fyziky (ROUBAL, J., 2012), které byly představeny v kapitole 2. Pro další vzdělávání se čtenáři doporučuje prostudovat výukové příklady a dále pak vyřešit neřešené úlohy z (ROUBAL, J. et al., 2011). Toto je podstatný krok, neboť vzdělání = práce, píle, výdrž a odhodlání (ROUBAL, J. et al., 2011, Předmluva). Samostudium je tedy třeba nepodcenit!



### 4.1 Zadání laboratorních úloh

**Příklad 4.1:** Určete vstupy a výstupy u následujících laboratorních modelů, které jsou umístěny v Laboratoři aplikované informatiky a fyziky (ROUBAL, J., 2012).

- Elektrický zdroj
- RLC článek
- Míček na nakloněné rovině
- Portálový jeřáb
- Levitující míček
- Solární elektrárna

**Příklad 4.2:** Ověřte chování následujících laboratorních modelů a jejich komunikaci s počítačem (zjistěte v jakých rozsazích se pohybují vstupní a výstupní veličiny).

- Elektrický zdroj
- RLC článek
- Míček na nakloněné rovině
- Portálový jeřáb
- Levitující míček
- Solární elektrárna

Dále si načrtněte schématicky tyto laboratorní modely a vyznačte do těchto nákresů kladné orientace všech veličin (včetně vstupních veličin).

**Příklad 4.3:** Určete statickou převodní charakteristiku snímače úhlu roviny u laboratorního modelu Míček na nakloněné rovině  $\alpha [-] \rightarrow \alpha [^\circ]$  (případně  $\alpha [-] \rightarrow \alpha [\text{rad}]$ ).

Tabulka 4.1: Data pro statickou převodní charakteristiku snímače

$\alpha [^\circ]$										
$\alpha [\text{rad}]$										
$\alpha [-]$										

Naprogramujte v Simulinku funkci, která zajistí zobrazení úhlu roviny ve stupních (radiánech).

**Příklad 4.4:** Určete statickou převodní charakteristiku snímače polohy míčku u laboratorního modelu Míček na nakloněné rovině  $x [-] \rightarrow x [\text{m}]$ .

Tabulka 4.2: Data pro statickou převodní charakteristiku snímače

$x [\text{m}]$										
$x [-]$										

Naprogramujte v Simulinku funkci, která zajistí zobrazení polohy míčku v metrech (centimetrech).

**Příklad 4.5:** Určete statickou převodní charakteristiku snímače polohy vozíku u laboratorního modelu Portálový jeřáb (Inverzní kyvadlo)  $x [-] \rightarrow x [\text{m}]$ . Naprogramujte v Simulinku funkci, která zajistí zobrazení polohy vozíku v metrech (centimetrech).

Tabulka 4.3: Data pro statickou převodní charakteristiku snímače

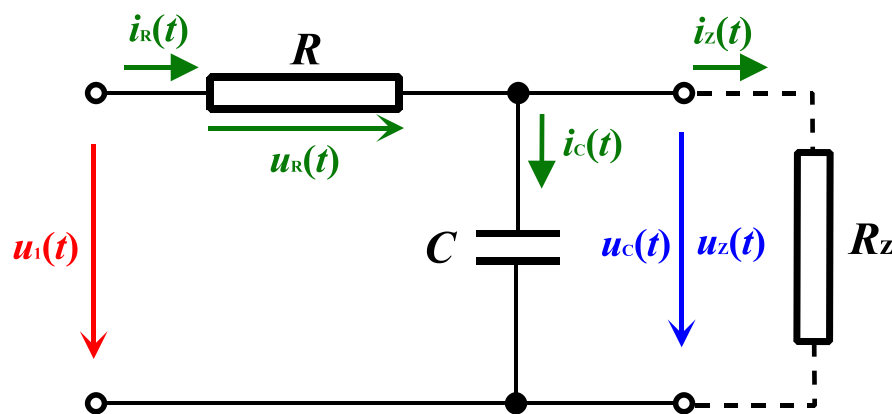
$x [\text{m}]$										
$x [-]$										

**Příklad 4.6:** Určete statickou převodní charakteristiku snímače úhlu ramene kyvadla u laboratorního modelu Portálový jeřáb (Inverzní kyvadlo)  $\varphi [-] \rightarrow \varphi [^\circ]$  (popřípadě  $\varphi [-] \rightarrow \varphi [\text{rad}]$ ). Naprogramujte v Simulinku funkci, která zajistí zobrazení úhlu ramene kyvadla ve stupních (radiánech).

Tabulka 4.4: Data pro statickou převodní charakteristiku snímače

$\varphi [^\circ]$										
$\varphi [\text{rad}]$										
$\varphi [-]$										

**Příklad 4.7:** Vytvořte simulinkový model reprezentující laboratorní model Elektrického zdroje (RC článek) schématicky naznačeného na následujícím obrázku, který lze popsat diferenciální rovnicí



Obrázek 4.1: Laboratorní model Elektrický zdroj (RC článek) – schématický náčrt

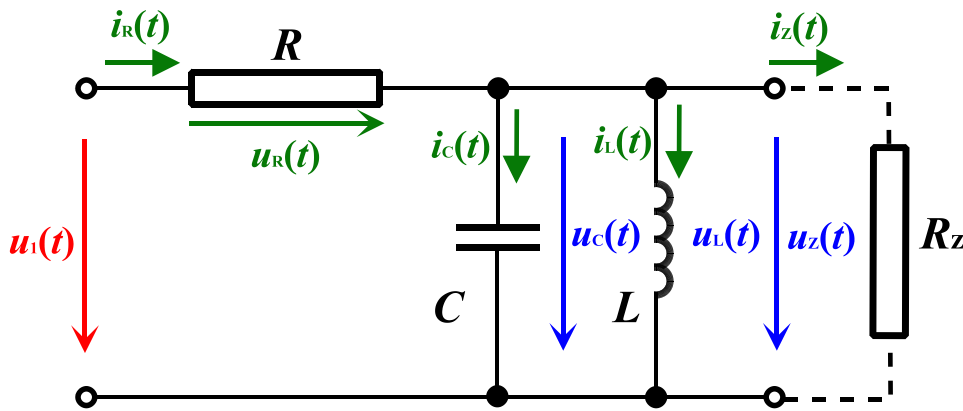
$$\frac{du_C(t)}{dt} = - \left( \frac{1}{RC} + \frac{1}{R_z C} \right) u_C(t) + \frac{1}{RC} u_1(t), \quad (4.1)$$

kde  $u_1$  [V] je vstupní napětí,  $u_c$  [V] je výstupní napětí na kondenzátoru,  $R$  [ $\Omega$ ] je odpor rezistoru,  $R_z$  [ $\Omega$ ] je odpor zatěžovacího rezistoru, a  $C$  [F] je kapacita kondenzátoru. Opatřete model maskou a virtuální scénou.

Hlubavější student si může zkusit tuto rovnici sám odvodit. Postačí mu k tomu znalost Ohmova zákona, Kirchhoffových zákonů a vztahu mezi napětím na kondenzátoru a proudem, který jím protéká

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} .$$

**Příklad 4.8:** Vytvořte simulinkový model reprezentující laboratorní model RLC člunek schématicky naznačený na následujícím obrázku, který lze popsat rovnicemi



Obrázek 4.2: Laboratorní model RLC člunek – schématický náčrt

$$\frac{du_c(t)}{dt} = - \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_z} \right) \frac{1}{C} u_c(t) - \frac{1}{C} i_L(t) + \frac{1}{RC} u_1(t), \quad (4.2)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L} u_c(t), \quad (4.3)$$

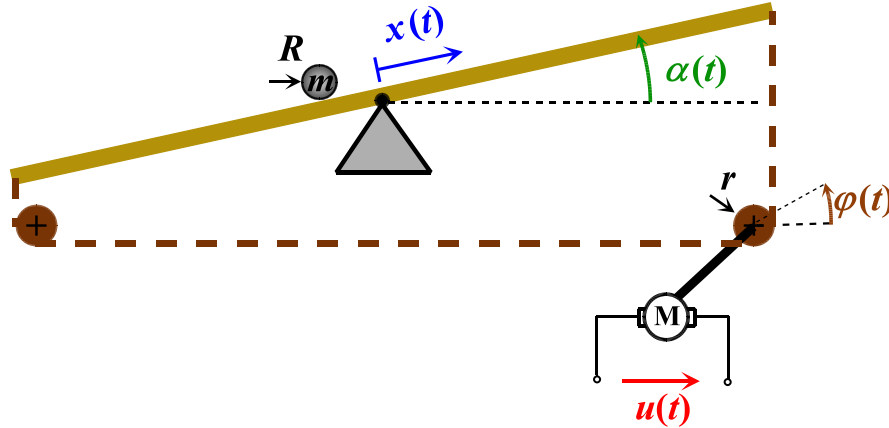
kde  $u_1$  [V] je vstupní napětí,  $u_c$  [V] je výstupní napětí na kondenzátoru (respektive cívce),  $i_L$  [A] je proud cívkou,  $R$  [ $\Omega$ ] je odpor rezistoru,  $R_z$  [ $\Omega$ ] je odpor zatěžovacího rezistoru,  $L$  [H] je indukčnost cívky a  $C$  [F] je kapacita kondenzátoru. Opatřete model maskou a virtuální scénou.

Hlubavější student si může zkusit tyto rovnice sám odvodit. Postačí mu k tomu znalost Ohmova zákona, Kirchhoffových zákonů, vztahu mezi napětím na kondenzátoru a proudem, který jím protéká a vztahu mezi napětím na cívce a proudem, který jí protéká

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} .$$



**Příklad 4.9:** Vytvořte simulinkový model reprezentující laboratorní model Míček na nakloněné rovině schématicky naznačený na následujícím obrázku, který lze popsat rovnicemi



Obrázek 4.3: Laboratorní model Míček na nakloněné rovině – schématický náčrt

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B}{J} \omega(t) + \frac{k}{J} u(t), \quad (4.4)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t), \quad (4.5)$$

$$\alpha(t) \approx \arcsin \frac{2r\varphi(t)}{l}, \quad (4.6)$$

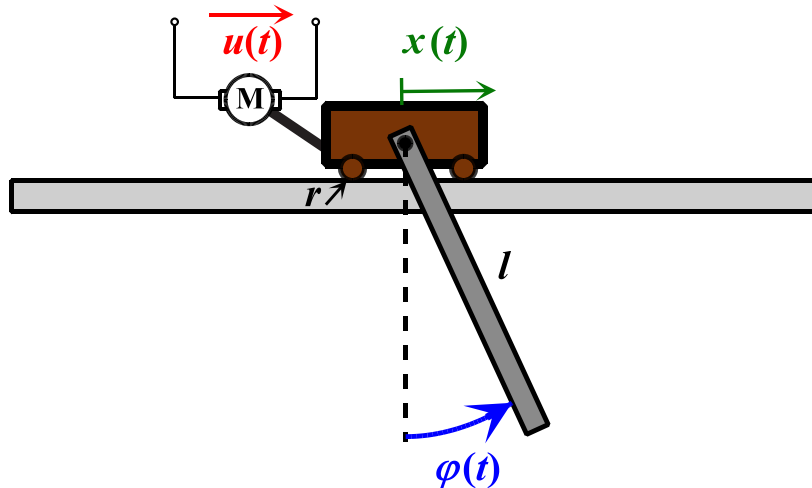
$$\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{b}{m} v(t) - \frac{g}{1 + \frac{2R}{5\sqrt{R^2 - (d/2)^2}}} \sin \alpha(t), \quad (4.7)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t), \quad (4.8)$$

kde  $u$  [V] je vstupní napětí na motoru,  $\omega$  [ $\text{rad s}^{-1}$ ] jsou otáčky motoru,  $\varphi$  [rad] je úhel natočení hřídele motoru,  $\alpha$  [rad] úhel natočení roviny,  $v$  [ $\text{m s}^{-1}$ ] je rychlost míčku,  $x$  [m] je poloha míčku,  $B$  [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ] je koeficient tření motoru,  $J$  [ $\text{kg m}^2$ ] moment setrvačnosti motoru včetně nakloněné roviny,  $k$  [ $\text{kg m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-2}$ ] je konstanta motoru,  $r$  [m] je poloměr řemenice na hřídeli motoru,  $l$  [m] je délka roviny,  $b$  [ $\text{kg s}^{-1}$ ] je koeficient tření míčku,  $m$  [kg] je hmotnost míčku,  $R$  [m] je poloměr míčku,  $d$  [m] je rozteč kolejničky, po které se míček pohybuje a  $g$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] je tíhové zrychlení. Opatřete model maskou a virtuální scénou.

Rovnice (4.6) není zcela přesná, ale pro malé úhly je tato nepřesnost zanedbatelná. Dále rovnice (4.7) neobsahuje valivý odpor míčku. V případně velké odchylky odezvy systému a jeho modelu, zakomponujte do této rovnice tento druh tření.

**Příklad 4.10:** Vytvořte simulinkový model reprezentující laboratorní model Portálový jeřáb schématicky naznačený na následujícím obrázku, který lze popsat rovnicemi



Obrázek 4.4: Laboratorní model Portálový jeřáb – schématický náčrt

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B}{J}\omega(t) + \frac{k}{J}u(t), \quad (4.9)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = r\omega(t), \quad (4.10)$$

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = -2\delta\frac{d\varphi(t)}{dt} - \frac{3g}{2l}\sin\varphi(t) - \frac{3}{2l}r\left(-\frac{B}{J}\omega(t) + \frac{k}{J}u(t)\right)\cos\varphi(t), \quad (4.11)$$

kde  $u$  [V] je vstupní napětí na motoru,  $\omega$  [ $\text{s}^{-1}$ ] jsou otáčky motoru,  $x$  [m] je poloha vozíku,  $\varphi$  [rad] je úhel ramene kyvadla,  $B$  [ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ] je koeficient tření motoru,  $J$  [ $\text{kg m}^2$ ] moment setrvačnosti motoru včetně vozíku,  $k$  [ $\text{kg m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-2}$ ] je konstanta motoru,  $r$  [m] je poloměr ozubeného kola na hřídeli motoru,  $l$  [m] je délka ramene kyvadla,  $\delta$  [ $\text{s}^{-1}$ ] je koeficient tlumení kyvadla a  $g$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] je tíhové zrychlení. Opatřete model maskou a virtuální scénou.

**Příklad 4.11:** Určete převodní charakteristiku odstředivého čerpadla  $u_L$  [V]  $\rightarrow$   $h_L$  [m] laboratorního modelu Systém vodního hospodářství.

Tabulka 4.5: Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu

$u_L$ [V]										
$h_L$ [m]										

Určete pásmo necitlivosti a pásmo saturace čerpadla a upravte simulinkový model dle získané statické převodní charakteristiky.

**Příklad 4.12:** Určete statickou převodní charakteristiku motoru s nakloněnou rovinou  $u$  [V]  $\rightarrow$   $\dot{\alpha}$  [rad/s] laboratorního modelu Míček na nakloněné rovině.

Tabulka 4.6: Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu

$u$ [V]										
$\Delta t$ [s]										
$\Delta\alpha$ [rad]										
$\dot{\alpha}$ [rad/s]										

Určete pásmo necitlivosti a pásmo saturace motoru a upravte simulinkový model dle získané statické převodní charakteristiky.

**Příklad 4.13:** Určete statickou převodní charakteristiku motoru s portálovým vozíkem  $u$  [V]  $\rightarrow$   $v$  [m s<sup>-1</sup>] laboratorního modelu Portálový jeřáb (Inverzní kyvadlo).

Tabulka 4.7: Data pro statickou převodní charakteristiku akčního členu

$u$ [V]										
$\Delta t$ [s]										
$\Delta x$ [m]										
$v$ [m/s]										

Určete pásmo necitlivosti a pásmo saturace motoru a upravte simulinkový model dle získané statické převodní charakteristiky.

**Příklad 4.14:** Proved'te identifikaci laboratorních modelů.

- Elektrický zdroj
- RLC článek
- Systém vodního hospodářství
- Míček na nakloněné rovině
- Levitující míček
- Portálový jeřáb

Navrhněte experimenty, ze kterých určíte neznáme parametry. Ověřte shodu modelu se systémem pro různé vstupní signály.

**Příklad 4.15:** Vytvořte stavové modely laboratorních modelů.

- Elektrický zdroj
- RLC člunek
- Systém vodního hospodářství
- Míček na nakloněné rovině
- Portálový jeřáb

**Příklad 4.16:** Pokuste se linearizovat ve vhodných pracovních bodech modely systémů.

- Elektrický zdroj
- RLC člunek
- Systém vodního hospodářství
- Míček na nakloněné rovině
- Portálový jeřáb

Určete stavové matice  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  a přenosy v Laplaceově transformaci  $P(s)$  mezi jednotlivými vstupy a výstupy systémů.

**Příklad 4.17:** Určete řád, póly, stabilitu, statické zesílení a řád astatismu linearizovaných stavových modelů z předchozího příkladu. Postupujte dle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 3). Pro výpočty využijte prostředí Matlab.

**Příklad 4.18:** Určete řád, póly, nuly, stabilitu, statické zesílení a řád astatismu linearizovaných přenosových modelů z příkladu 4.16. Postupujte dle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola 3). Pro výpočty využijte prostředí Matlab.

**Příklad 4.19:** Navrhněte PID regulátor pro řízení laboratorních modelů.

- Elektrický zdroj
  - řízení napětí na kondenzátoru při skokových změnách žádané hodnoty regulované veličiny;

- řízení napětí na kondenzátoru při skokových změnách poruchové veličiny (zatěžovací rezistory).
- RLC článek
  - řízení napětí na kondenzátoru při skokových změnách žádané hodnoty regulované veličiny;
  - řízení napětí na kondenzátoru při skokových změnách poruchové veličiny (zatěžovací rezistory).
- Systém vodního hospodářství
  - řízení hladiny v pravé nádrži zubovým čerpadlem;
  - řízení hladiny v levé nádrži odstředivým čerpadlem;
  - řízení hladiny ve střední nádrži zubovým čerpadlem;
  - řízení hladiny ve střední nádrži odstředivým čerpadlem;
  - řízení hladiny v levé nádrži zubovým čerpadlem;
  - řízení hladiny v pravé nádrži odstředivým čerpadlem.
- Míček na nakloněné rovině
  - řízení úhlu naklonění roviny;
  - řízení polohy míčku;
- Portálový jeřáb
  - řízení polohy vozíku;
  - řízení úhlu ramene kyvadla v dolní poloze;
  - řízení úhlu ramene kyvadla v horní poloze;
  - řízení polohy vozíku při stabilizaci ramena kyvadla v dolní poloze;
  - řízení polohy vozíku při stabilizaci ramena kyvadla v horní poloze.

Ověřte funkci PID regulátoru simulacemi uzavřené regulační smyčky s linearizovaným modelem.

**Příklad 4.20:** Ověřte funkci PID regulátorů navržených v předchozím příkladu simulacemi uzavřených regulačních smyček s nelineárními modely. Porovnejte odezvy regulačních smyček s linearizovanými a nelineárními modely. Zvláštní pozornost dbejte na velikosti akčních zásahů do modelů.

**Příklad 4.21:** Pokud vše pracuje správně v předešlém příkladě, aplikujte PID regulátory na dané laboratorní modely.

# Kapitola 5

## Závěr

V této práci byl vytvořen studijní materiál pro studenty Vyšší odborné školy v Sezimově Ústí (<http://www.copsu.cz/>) orientovaný na počítačové simulace chování reálných technologií, jejich analýzu a návrh řídicích algoritmů. Pro výuku je využívána v loňském roce nově otevřená *Laboratoř aplikované informatiky a fyziky* (ROUBAL, J., 2012), která je vybavena



počítači s prostředím MatLab/Simulink (THE MATHWORKS, 2012) a měřicími kartami MF624 od firmy (HUMUSOFT, 2012), které umožňují komunikaci s reálnými laboratorními modely podobným způsobem, jakým komunikují průmyslové automaty s reálnými technologiemi. Laboratoř je vybavena několika modely, které pokrývají základní fyzikální světy (mechanika, elektřina, elektromagnetismus, fotovoltaika, proudění kapalin a plynů, vedení tepla a tak dále). Tyto modely byly stručně představeny v kapitole 2.

V kapitole 3 byl prezentován návrh řízení pro jeden konkrétní laboratorní model, a to Systém vodního hospodářství. Postupováno bylo přesně podle (ROUBAL, J. et al., 2011, kapitola: Motivace pro řízení), jednotlivé kroky byly konkrétně aplikovány a vysvětlovány na výše zmíněném laboratorním modelu. Předpokládá se, že pro hlubší nastudování jednotlivých částí tohoto postupu budou studenti využívat knihu (ROUBAL, J. et al., 2011), jejíž kapitoly popisují právě tyto jednotlivé kroky na mnoha příkladech a též obsahují mnoho neřešených úloh pro domácí přípravu studentů. Tato práce tedy není klasickou učebnicí, ale shrnuje jednotlivé dovednosti z (ROUBAL, J. et al., 2011) do komplexního celku, který vede přes tvorbu počítačového modelu, jeho identifikaci, návrh regulátoru až

k jeho aplikaci na daný reálný systém. V kapitole 4 jsou vytvořena zadání pro laboratorní cvičení obdobné povahy, jaká byla prezentována v kapitole 3.

Závěrem je třeba přiznat, že v kapitole 3 byl prezentován vcelku dlouhý postup, ze kterého nakonec „vypadla“ pouze dvě čísla (konstanty PI regulátoru). Na první pohled by se mohlo zdát, že bylo vynaloženo neúměrně velké úsilí k dosažení tohoto cíle (nalezení dvou čísel). To je samozřejmě z části pravda. Cílem této práce ale bylo ukázat univerzální a systematický postup zahrnující všechny kroky při návrhu řízení, který povede vždy spolehlivě k cíli. Jednotlivé části tohoto postupu je možné nastudovat v (ROUBAL, J. et al., 2011). Čtenář si sám může vyzkoušet, zda se mu povede „nastřelit od boku“ regulátor, který bude funkční. Možná se mu to pro tento relativně jednoduchý systém povede, ale například už u laboratorních modelů Míček na nakloněné rovině či Portálový jeřáb (viz kapitola 2) – o průmyslových technologiích nemluvě – nejspíš úspěšný vůbec nebude. A pokud bude, jen těžko dosáhne „optimálního“ řízení vzhledem ke spotřebě energie, šetrnosti k dané technologii a podobně. Dalším důvodem, proč navrhnout toto základní řízení co možná nejlépe, je to, že se často nad tuto základní PID regulaci vytvářejí optimalizační algoritmy (HAVLENA, V. a FINDEJS, J., 2005; PEKAŘ, J., 2005; ROUBAL, J., 2006), které vydělávají někdy až neuvěřitelné zisky. Bez kvalitní základní regulace by toto postrádalo smysl.



# Literatura

- BOBEK, R. (2009), Výukové materiály pro modelování dynamických systémů, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- BOČEK, K. (2007), Modelování fyzikálních systémů ve Virtual Reality Toolboxu, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- DORF, R. C. a BISHOP, R. H. (2007), *Modern Control Systems*, 11th edn, Prentice-Hall. ISBN 0132270285.
- FENCLOVÁ, M.; PECH, Z.; SUKOVÁ, M. (1993), *Teorie automatického řízení — návody ke cvičením*, Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-01039-2.
- HAVLENA, V. a FINDEJS, J. (2005), ‘Application of Model Predictive Control to Advanced Combustion Control’, *Control Engineering Practice* **13** (No. 6), 671–680.
- HÁJEK, J. (2009), Rozšíření webových stránek laboratoře K26, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- HOLEČEK, J. (2008), Webové stránky laboratoře K26, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- HUMUSOFT (2012), Humusoft s.r.o. [online]. [cit. 2012-01-19], <http://www.humusoft.cz/>.
- JOHN, J. (1998), *Systémy a řízení*, Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-01474-6.
- KUPKA, L. (2007), *Matlab & Simulink úvod do používání*, 1 edn, JS PRINT CZ s.r.o., Lanškroun. ISBN 978-80-239-8871-0.
- MACHAČ, J. (2009), Studijní materiály pro modelování systémů v Matlabu, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.

- NOSKIEVIČ, P. (1999), *Modelování a identifikace systémů*, Montanex, a.s., Ostrava. ISBN 80-7225-030-2.
- PECH, M. (2008), Podpora výuky řídicí techniky, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- PECKA, J. (2009), Identifikace a řízení laboratorního modelu Pružného ramene, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- PEŠEK, T. (2006), Podpora výuky regulační techniky v bakalářském studiu (model Amira), (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- PEKAŘ, J. (2005), Robust Model Predictive Control, Ph.d. thesis, Czech Technical University in Prague, Karlovo náměstí 13, 121 35 Prague 2.
- PROCHÁZKA, P. (2008), Modelování fyzikálních systémů ve Virtual Reality Toolboxu, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- ROMAN, M. (2007), Podpora výuky řídicí techniky v bakalářském studiu, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- ROUBAL, J., HUŠEK, P. a KOL. (2011), *Regulační technika v příkladech*, Praha: BEN – technická literatura. ISBN 978-80-7300-260-2.
- ROUBAL, J. (2002), Nelineární regulace kyvadla, (Diplomová práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- ROUBAL, J. (2006), Model Predictive Control of 2D Systems, Ph.d. thesis, Czech Technical University in Prague, Karlovo náměstí 13, 121 35 Prague 2.
- ROUBAL, J. (2012), Laboratoř aplikované informatiky a fyziky [online]. [cit. 2012-06-01], <http://www.copsu.cz/skola/lab227/>.
- ROUBAL, J., AUGUSTA, P. a HAVLENA, V. (2005), ‘A Brief Introduction to Control Design Demonstrated on Laboratory Model Servo DR300 – Amira’, *Acta Electrotechnica et Infomatica* 5(4), 24–29. In English.
- ROUBAL, J., HOLEČEK, J. a HÁJEK, J. (2009), Laboratoř teorie automatického řízení [online]. [cit. 2012-01-19], <http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>.

- ROUBAL, J., HUŠEK, P. a ŠTECHA, J. (2010), 'Linearization: Students Forget Operating Points', *IEEE Transaction on Education* **53**(3), 413–418. In English.
- ROUBAL, J., PEKAŘ, J., PACHNER, D. a HAVLENA, V. (2005b), *Moderní teorie řízení – Cvičení*, Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-03208-6.
- ŠEMELÍKOVÁ, A. (2006), Podpora výuky regulační techniky v bakalářském studiu (model Helikoptéra), (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- ŠÍBA, J. (2008), Příklady pro identifikaci dynamických systémů, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- ŠIKÝŘ, T. (2011), Systém vodního hospodářství – laboratorní model, (Absolventská práce), VOŠ, SŠ, COP Sezimovo Ústí, Sezimovo Ústí.
- ŠTEFFL, L. (2006), Podpora výuky regulační techniky v bakalářském studiu (model Vodárna), (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- THE MATHWORKS (2012), The Mathworks [online]. [cit. 2012-01-19], <http://www.mathworks.com/>.
- VÁŇA, J. (2007), Fyzikální modely ve Virtual Reality Toolboxu, (Bakalářská práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.
- VÁŇA, J. (2009), Pokročilé řízení portálového jeřábu, (Diplomová práce), ČVUT v Praze, FEL, Praha.



# Příloha A

## Obsah přiloženého DVD

K této práci je přiloženo DVD s následující adresářovou strukturou.

- Foto: fotografie laboratorních modelů a laboratoře
- LaTeX: Bakalářská práce v publikačním systému L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>
- MatLab: zdrojové kódy z Matlabu (adresář je z důvodu pohodlnější spolupráce s publikačním systémem L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> umístěn v adresáři LaTeX\03\_Education)
  - A\_WaterSystem\_StatChar – statické převodní charakteristiky snímačů a pravého (zubového) čerpadla
  - B\_WaterSystem\_Model\_valveRC – určení průřezu pravého ventilu  $S_{RC}$
  - C\_WaterSystem\_Model\_valveC – určení průřezu středního ventilu  $S_C$
  - D\_WaterSystem\_Model\_System – ověření celého modelu při skokové změně napětí zubového čerpadla  $u_R$
  - E\_Linearization – výpočet linearizovaného modelu a srovnání jeho odezvy s modelem nelineárním
  - F\_WaterSystem\_LinModel\_PIDdesign – návrh PI regulátorů frekvenčními metodami a metodou GMK
  - G\_WaterSystem\_LinModel\_PIDcontrol – ověření PI regulátorů s linearizovaným modelem
  - H\_WaterSystem\_Model\_PIDcontrol – ověření PI regulátorů s nelineárním modelem

- I\_WaterSystem\_PIDcontrol – regulace laboratorního modelu PI regulátorem (odezvy na skok žádané hodnoty a na skok poruchy)
- Models: simulinkové komunikační soubory pro laboratorní modely
  - BallBeam – Míček na nakloněné rovině
  - PortalCrane – Portálový jeřáb
  - VoltageSupply – Elektrický zdroj
  - WaterSystem – Systém vodního hospodářství
- Video: záznam řízení laboratorního modelu PI regulátorem
  - PID\_control\_setpoint\_freq.mp4 – odezva na skok žádané hodnoty regulované veličiny s PID regulátorem navrženým frekvenčními metodami
  - PID\_control\_setpoint\_GMK.mp4 – odezva na skok žádané hodnoty regulované veličiny s PID regulátorem navrženým metodou GMK
  - PID\_freq\_control\_disturbance.mp4 – odezva na poruchový signál (změna otevření ventilů)
- WaterModel: simulinkový model Systému vodního hospodářství
- Roubal\_BP\_2012.pdf – bakalářská práce ve formátu PDF

# Příloha B

## Použitý Software

**L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>**  $\langle$ <http://www.miktex.org/> $\rangle$

**MATLAB 7.3.0 (R2006b)**  $\langle$  <http://www.mathworks.com/> $\rangle$

**Simulink 6.5**  $\langle$ <http://www.mathworks.com/> $\rangle$

**WinEdt 5.3**  $\langle$ <http://www.winedt.com/> $\rangle$

**Zoner Callisto**  $\langle$ <http://www.zoner.cz/> $\rangle$

Licence na tento software vlastní toho času zaměstnavatel autora této práce, to je Vyšší odborná škola, Střední škola, Centrum odborné přípravy, Sezimovo Ústí, Budějovická 421.





# Rejstřík

- charakteristika
  - frekvenční, 30, 31
  - statická převodní, 13, 19, 20
- identifikace, 18–23
- konstanta, 14
- linearizace, 27, 29
- Matlab, 4
- MF624, 4
  - měřicí karta, 4
- model, 9, 14
  - laboratorní, 5
    - Elektrický zdroj, 5
    - Levitující míček, 8
    - Míček na nakloněné rovině, 6
    - Portálový jeřáb, 7
    - Přečerpávací elektrárna, 8
    - RLC článek, 8
    - Solární elektrárna, 8
    - Systém vodního hospodářství, 5
  - počítačový, 14
  - přenosový, 28
  - simulinkový, 15, 17
  - stavový, 25
    - lineární, 28
    - nelineární, 25–27
- návrh PID regulátoru
  - metoda GMK, 31
  - metody frekvenční, 30
- PID regulátor, 30
- pracovní bod, 27
- přenos, 28
- regulace
  - model
    - lineární, 33
    - nelineární, 34
  - systém, 35
- rovnice diferenciální, 14, 15
  - konstanta, 14
  - veličina, 14
- Simulink, 4
- systém, 9
- veličina, 14
- vstup systému, 11
- výstup systému, 11